算海說詳

算海說詳第二卷

白下隱吏古齊陽丘勝足軒強恕居士李長茂拙翁甫解著

軌區章

此章係田疇之形狀極積實之推尋廣縱截割互明折併減增各異以互容較其分數以毫釐分其細微區畝詳盡斯篇諸法去此原本

丈量田畝總歌

方田自乘積步明　直田長闊以相乘　圓田乘求有便法

周徑各半適其中　徑乘七五乘再加　三因四歸法一同

周徑相乘四歸得　乘歸同法碗丘名　環田內外周相併

折半乘以徑步行　弧矢弦長加矢步　折半矢乘積實呈

丈量篾車圖

勾股圭梭攬田等
長乘便見積數成
三廣倍中併二濶
折半還將半徑通
欹缺形狀多不倫

長廣相乘折半平
二不等併兩廣步
四歸再以長乘從
四五不等須分段
因形截大筭始工

梯斜兩廣相併折
折半長乘法相重
牛角眉田兩長併
廣長不一有同情

環
外套
十字
插脚

此卯十字木也一樣二
根合成十字坐口轉旋
外卯前二根交构合成
十字中心一眼安下轉
心四須關口用拴置鎖
上長口是豎乃置篾之
横口外短口是横乃鎖
篾之套口
上十字卯套入此
插脚內

法擇嫩竹節平直者作篾接頭處用銅絲扎住篾上寫明步尺字標用
明油油之却用前車藏貯車外套似無蓋底小墨匣內空徑容十字轉
動下底鑿一圓眼後高前低出篾頂上釘環以便抬運下釘尖脚以便
插土內十字木各長一尺三寸方九分四頭監開長指口四通濶三分
長四寸貯轉竹篾橫開四小口用拴置鎖每出篾丈量引篾到界篾車
內遇其頭小口湊着外套鎖眼即用拴拴之置鎖十字中心鑿方眼安
三折曲尺樣轉心一根外套中心鑿圓孔以便攪轉猶同紡車之形用
則由底眼出篾丈量用完則轉心攪四車內

求畝法○丈量之法以五尺為一步乃長濶計方五尺積方二十五尺為
一步步下五寸為一分一尺為二分一寸為二釐積步問畝二四歸除

畝問積步二四因乘

解義 數以七為準因一步止五尺故一尺作二分一寸作二里合五
尺共作十分以便因歸定位問畝二四歸除此正法也又有飛
歸法或用四歸二歸兩次歸法求之問積用飛還法總不外二四省
除之意并列于後

飛歸法曰 一作五下除二見一無除作四隔位生四進一除二四見二無
除作八隔位生八進二除四八進三除七二進四除九六 以上畝積步隔

飛還法曰 一退二四二退四八三退七二四退九六五留一二六留一四
四七留一六八八留一九二九留二一六 以上畝問積步

解義
一作五下除二即二一添作五五四下位除二也一無除隔位
生四即二一添作五無除借一下還二四四除一十六下位除
二隔位還四也進一除二四即乘二進一十一四隔位除四也見二
外除作八隔位生八即見二無除作九二無除借一下還二本位留
[illegible]下作作四四八除三十二下位除三又去一隔位還八也進二除
[illegible]八即進四進二十二四除八也進三除七二即進六退三十三四

除一十二下位除六進三于前又除一共七除位除二止進四除六
右此先去八進四十四四除一十六止乃是二以歸除每法四歸六
歸四六亦是二十四得乘歸法又撿二四歸除立為成法變換直捷
耳訣雖經有而數以進加身易不如四歸六歸雖歸二次然一字直
呼列底簡直了快當無差誤至飛還法又不如直用二四因乘為真
便無差

方田求積求方面歌〇方田積易明〇方面自相乘〇因積求方面〇開方得其平

方田求積

五十步　五十步　五十步　五十步

今有方田一段四面各五十步問積步及田若干（算法）

置長五十步以闊五十步乘之得（積二千五百步）以畝法二百四十步除之得（田十畝零四釐一毫六絲六忽）

定位法先從原

首位數十畝起順下至步止下一位定法首數十遂數歷上至實首位合得二千順下位即是五百也餘皆倣此

積求方面置積二千五百步用開平方法

除之得每方五十步

增法 以周求積周自乘以十六除得積 求斜下見後方

解義 方田之積由方面自乘而得故凡積求方即將積步以開方法除之此即還源法也無論圓直弧矢等形田積求長求闊求弦矢句股等皆同此定位法逆寔首頒數至步位止于步下一位定十數如前方田止五十步一位下位是步位再下一位定十逆上至爲十系位即千蓋乘法數本上升而位則下減一陞一減凑合本位上當陞起二數如寔首十則乘數為千位寔首百則乘數為萬位但詳寔首數明按數陞起即不必頒數至下再逆陞至上可也

方形斜量

今有方田一段斜長七十步零七分一釐零六絲捌忽問積步若干

增法 置斜長七十步零七分一釐零六絲八忽自乘得五千步折半得積二千五百步

解義 方田之斜即勾股之弦斜自乘與內包兩個方自乘數爲法方五十步斜七十步自乘止得四千九百步不足方自乘加倍之數今改正方五十步斜應得七十步零七分一釐零六絲七忽不盡以八忽算者數分不盡截算作法之詳說見後方斜下

方田截積

今有方田四面各十五步從一邊截一直形積三十二步計截濶四步問截長若干

(術)(法)置截積三十二步為實以濶四步為法除之得(截長八步)如以長問濶即以長除積得濶

(術)(法)前田從一角斜截勾股形積三十步問截濶即置截積三十步加倍得六十步為實以方面十五步為法除之得(濶四步)

觧義 方田直田截積易曉截直形則以長得濶以濶得長截勾股圭角等形則倍積求之因勾股等田皆本直積折半故亦以倍積運源積斜等田皆大小二濶折平求積截此等形將原積以長求之得平濶或以小濶同大大濶同小將平濶加積可得

方田截環

今有方田一邊從四圍截田十畝四面濶各十步問外方內方及原田各若干

(術)(法)置截田十畝以畝法二百四十通之得截積二千四百步以濶十步為法除之得二百四十步內方減退四十步

餘二百步以四歸之得內方五十步外方加入四十步得二百八十步以四歸之得外方七十步將外方自乘得原田四千九百步除存內方五十步自乘二千五百步計截外圍二千四百步

又方田截環以濶問內方及積法○今有方田外方六十步從四圍截濶三尺六寸問內方及內外積各若干續法置方面六十步四因得外周二百四十步另置截濶三尺六寸以每尺二分通之得七分二釐以八因之得五步七分六釐以減二百四十步餘二百三十四步二分四釐以四歸之得內方面五十八步五分六釐自乘得積三千四百二十九步二分七釐三毫六系以二四除之得該田一十四畝二分八釐八毫六絲四忽另將外周二百四十步併內周二百三十四步二分四釐折半得二百三十七步一分二釐以七分二釐乘得一百七十步零七分二釐六毫四系該田七分一釐一毫三絲六忽

又方田截環以外方問截潤法〇今有方田從四圍截一十二畝四分之壹四毫外方七十二步問截潤若干

(術法)置截田二千九百九十三步七分六釐為實另將外方四因得外周二百八十八步以每周一步應減四步約十步應減四十步餘二百四十八步除實不盡即約定十二步以四因得四十八步以減外周餘二百四十步以十二步乘得二千八百八十步除實訖餘實一百一十三步七分六釐另將一十二步以八因得九十六步以減外周二百八十八步餘一百九十二步以約餘實再定六分以四因得二步四分以減二百九十二步 餘一百八十九步六分以六分乘之得一百一十三步七分六釐除實恰盡得截潤一十二步六分

又法置外方自乘得全積內減截積餘積用開平方法除之得內方併外方折平以除截積得截潤亦得

解義 剖開內周每步減八步折平減四步無論截潤若干只四周以減外周即內外周折平數為方田內方之法無謂令改[illegible][illegible]

方內截圓

徑四十步

徑四十步

徑五十步

今有方田一段從中心截一圓田作塘塘外四面濶各十步方周比圓周二倍問外方圓徑及內外田各若干

增法置兩面外方內餘濶二十步倍之得內徑四十步加外濶二十步得外方面六十步內圓徑四十步自乘得一千六百步三因四歸得內圓積一千二百步外方六十步自乘得共田積三千六百步除內圓一千二百步得餘方積二千四百步

增法圓外濶各十五步方周比圓周兩倍除四十步問方徑田　置兩面濶共三十步倍之得六十步另置餘四十步折半得二十步以減倍濶六十步得內圓徑四十步加兩濶三十步得外方面七十步照上除內圓積得餘方積

增法圓外各濶五步方周比圓

周兩倍不足六十步問方徑田　置兩面濶共十步加倍得二十步另置不足六十步折半得三十步加入倍濶二十步得內圓徑五十步加兩面濶十步得外方面六十步脈上除內圓積得餘方積

今有方田一段從中心截作圓塘餘外四面各濶五分方周比圓周兩倍不足二百一十四步

方內除圓

問外方內徑及內外田各若干　術置兩面濶共一步加倍得二步另置不足二百一十四步折半得一百零七步加入倍濶二步得內圓徑一百零九步加入兩面濶一步得外方面一百一十步內徑自乘得一萬一千八百八十一步三因四歸得圓塘積八千九百十步零七分五釐外方自乘得共一萬二千一

百步除內圓得外餘方積三千一百八十九步零二分五厘　增法圍外濶各五厘方周比圓周多一十七步六分問方徑田　置兩面濶共一分以四因之得四分以減多一十七步六分得內圓徑一十七步二分加兩濶一分得外方面一十七步三分照上法得積　增法塘外各濶三分七厘方周比圓周多一十二步一分九厘問方徑田　置兩面濶共七分四厘以四因之得二步九分六厘以減多一十二步一分九厘得內圓徑九步二分三厘加兩濶七分四厘得外方面九步九分七厘照上法除得積

解義　凡方內除圓內圓徑以圓外餘濶二倍則外方周逆得內圓周二倍者法正方周得圓周二倍故第二倍濶得內圓徑若方周比圓周出二倍之外必方濶較圓徑有溢于半倍之外或二倍不足若于卻方濶較圓徑不足于半倍之數較即餘數不足數加較濶較乃得圓徑數共濶數必加倍者用本外方周比內圓周二倍立法故須加倍以合之也餘不足數也折半者方周四分圓周三分足方周比

圓削多一分方周加倍比圓周便多二分餘出之數與不足之數皆是二倍故必折半始合本數也末二法不用將餘潤加倍亦不用以圓周二倍較量者乃即以方周多因法之本數求也方周本數四分多圓周一分其多出之數除去分外多數止存淨多也分之數故四因潤多之數以減周多之數餘得徑數也潤多前法用加倍合圓潤二倍之法也此周四因者合方面四面之回也二法總一理因內圍數少外周數適多故加倍求之外周多內周數無幾遠不足圓周兩倍之數故只以本數求其寔二法可互用也

方圓求積

外方八十步

內方六十步

潤十步

今有方圓田一段外方八十步內方六十步潤十步問積田若干

術法置外方八十步內方六十步併之共一百四十步折半得七十步以四因之得二百八十步為實以潤十步因之得積二千八百步以畝法二百四十通之得田一十一畝六分六厘六毫六六不盡

直田求積求長潤歌○直田長潤不相同○長潤相乘積數成○積潤問長潤除積又問潤長除潤亦明

直田問積

長六十步
闊三十二步

今有直田一段長六十步闊三十二步問積步及田若干

(答)(法)置長六十步以闊三十二步乘之得積(一千九百二十步)以畝法二四除之得(田八畝)若問長以闊除積得長問闊以長除積得闊

斜問積

長多闊二十八步
斜六十八步

今有直田一段只云斜長六十八步長多闊二十八步問積步若干

(答)(法)置斜長六十八步自乘得四千六百二十四步另以長多闊二十八步自乘得七百八十四步以減斜積餘三千八百四十步折半得(積一千九百)(二十步)

解義 斜問積以長多闊步自乘減斜自乘折半合積者長闊相乘得原積斜自乘數內包一個長自乘一個闊自乘數其長自乘三千六百步數原積多一個二十八步乘六十步該積一千六百八十步闊自乘一千零二十四步數原積少一個二十八步乘三十二步該積八百九十六步以長自乘內多二十八乘六十步數內除二十八乘三十二數補闊自乘不足之數合成兩個原積數止餘一個二

十八乘二十八自乘之數故以多步自乘爲斜自乘數折半得合原積也

難題問積歌〇三十八萬四千步正長端的無差誤六絲二忽五微濶不知共積多少畝

(算法)置長三十八萬四千步為實以濶六絲二忽五微為法乘之得(積二百四十步)以畝法二百四十除之得(田一畝)

解義 此即以長乘濶求直田法無異也第加挺太長縮廣太細以惑人着恩耳

難題問長濶歌〇直田七畝半長濶爭一半今特問高明此法如何筭

(算法)置田七畝五分以畝法二百四十通之得積一千八百步折半得九百步用開方法除之得(濶三十步)再加一倍得(長六十步)

解義 因長是濶兩倍將積折半使是長一半與濶相同之方積故用開平方法除之得濶再加倍得長也

難題濶斜和問積歌〇昨日丈量田地回記得長步整三十廣斜相併五

十步不知幾畝及分釐 【舊法】置廣斜相併五十步自乘得二千五百步 另以長三十步自乘得九百步 以少減多餘一千六百步 折半得八百步 為實 以廣斜十五步為法除之得【濶一十六步】以乘長三十步得【積四百八十步】以畝法二四除之得【田二畝】

解義 此即勾弦和求勾法 解見勾股章

雜題長濶差步問長濶 西江月 ⊙ 假有坡地一段 中間一賣安塋 總皆一畝二分平 更有八厘相應 只要縱多二堵 每堵八尺無零 築墻選日僱工興 幾許封堆可定 此言有地一段計一畝二分八厘周圍築墻每堵八尺長比濶多墻二堵問長濶各若干墻各若干堵

【舊法】置田一畝二分八厘 以畝法二四通之得積三百零七步二分 為實 另置縱多墻二堵 以八尺乘之得一十六尺 以步法五尺歸之得三步二分為縱方 以開平方帶縱法

除之得闊一十六步加入多墻三步二分得長一十九步二分另將每墻尺今

以步法五尺歸之得一步六分為法除闊得該墻十堵除長得該墻一十二堵

解義即以積闊長闊法又多入故數及墻尺數待通求耳多墻二堵即勾股較解詳勾股章

難題長闊和並差步問長闊積歌〇今有直田用較除一百二十步稱餘

長闊相和該一百問公三事幾何如　更法置較二十步以減相和一百步

餘八十步折半得闊四十步加較二十步得長六十步以長乘闊得積二百

四十步

解義長闊一百即勾股和較除二十即勾股較或言斜若干或言積若干俱可以較與斜數積數相來因不言斜與積故以較和升言之歌內一百二十步無餘一百即相和一百步言一百步內差工十步為法又增出一百二十步為較除卻以相和一百步之餘二十為較此無所本今更正三事即長闊與積三件事也

難題長闊和並差步問積歌○今有直田不知畝，長闊相和十七步，闊不及長廿五尺，請問田該多少數。

更法 置相和一十七步，減不及長二十五尺，以步法五尺歸之，得五步，餘一十二步，折半得六步，為闊，加不及五步，得十一步，為長，相乘得積六十六步，以畝法二百四十除之，得該田二分七厘五毫。

解義 此與上法同，第加入不及廿五尺，改步言尺，示人知除算耳。長十一步，闊十二步，乃得不及五步。舊法以相和十七步減不及五步為闊，十二步為長，相乘得積六十步，得田二分五厘，終矣，今更正前法。

今有直田一段，積一千九百二十步，長多闊二十八步，問原田長闊各若干。

舊法 置積一千九百二十步，以四因之，得七千六百八十步，另以相差二十八步自乘，得七百八十四步，併二數共八千四百六十四步，為實，用開平方法除之，得長闊相和共九十二步，減相差二十八步，餘六十四步，折

半得闊三十二步加入相差二十八步得長六十步

今有直田一段積一千九百二十步長闊共九十二步問長闊各若干

答法 置積一千九百二十步四因得七千六百八十步另以長闊共九十二步自乘得八千四百六十四步內減四因積七千六百八十步餘七百八十四步為實用開平方除之得長闊相差二十八步以減長闊共九十二步餘六十四步折半得闊三十二步加相差二十八步得長六十步

解義

以積與差則長闊將積用四因又加差自乘積皆一個積數係一個長闊相乘數每一積數長多闊二十八步圍作四圍積數如前圖四面至頂每一面一個長頂一個闊四圍頂合內中四面王訣二十八步一小方故加入二十八步自乘得定卻用開平方法除之得九十二步為長闊共數也就九十二步除去相差二十八步是長多之數餘六十四步是長闊兩平之數故除差數折平得闊加入差數得長最直積舊共將二十八加入九十二折半得長寬頻贅至以積數界長闊共數開長闊待共數自乘減除四因積數餘數開方

得差数二十八步者共数自乘内有四個積数一個差自乘数除四因積数止存一差自乘数故開方得差数即上法還源一理也

直田截積

長十五步

今有直田長一十五步闊一十二步從一邊截積五十四步六分大闊截四步問截小闊若干

舊法 置截積五十四步六分為實以原長十五步為法除之得三步六分四釐加倍得七步二分八釐以大闊四步減之餘得小闊三步二分八釐 又法倍截積得一百零九步二分為實以原長一十五步為法除之得七步二分八釐減去大闊四步得小闊三步二分八釐亦得

解義 直田截積或以闊除積得長以長除積得闊皆徑直易曉無矣多費故第載此截斜一法為例餘皆可以類推

難題截積浚搗練 長十六闊十五不多不少恰一畝内有八個古墳墓更有一條十字路每個墓同六步十字路闊一步每畝價銀二兩五除了墓除了路問君該剩多少数

舊法 置田一畝以畝法通之得二百四十

步另置墓周六步自乘得三十六步以十二除之得三步以八墓乘之得二十四步又十字路濶一步直長一十六步横長一十五步內除中心一步共三十步加入墓二十四步得五十四步以畝法二四除之得截去占地二分二厘五毫以減田一畝得實存田七分七厘五毫以每畝價二两五錢乘之得該價銀一两九錢三分七厘五毫

詳義墓以周自乘用十二除之者以圓周求積用十二除之也法見圓田下

圓田求積求徑歌○圓徑自乘法有因○三因四歸得積真○積加四因三歸法○開方求之徑可尋

圓田求積

今有圓田徑五十六步周一百六十八步問積步及田若干

實法置徑五十六步自乘得三千一百三十六步三因四歸得積二千三百五十二步以畝法二四除之得田九畝八分

又法

置徑自乘積以五七乘之得本積又法置周一百六十八步折半得八十四步又置徑五十六步折半得二十八步以乘八十四步得本積此半周半徑問積又法全周徑問積置周一百六十八步以徑五十六步乘之再以四歸之亦得又法以周問積置周一百六十八步自乘得二萬八千二百二十四步以十二歸除之亦得又法半周問積置半周八十四步自乘得七千零五十六步以三歸之亦得又法半徑問積置半徑二十八步自乘得七百八十四步以三因之亦得

解義

圓田徑即方田面方面自乘合一方田積圓得方積四分之三故用三圓四帶合圓積其用七五乘者四分之三得十分中七分五至也半徑乘半周因半周是全徑有半以半徑乘之是一個半徑乘全徑得方積四分之二一個半徑乘半徑得方積四分之一合之得方積四分之三也全徑乘全周是一個徑乘三個徑得三個方積即四個圓積故用四帶得積全周自乘是三個徑互乘三個徑共九個徑乘得得九個方積即十二個圓積故用十二帰除得積半周自乘是一個半徑自乘一個徑自乘是四分加一半自乘積微多出

九分之五共得九分計三個圓積故用三歸得積半徑自乘上併方積四分之一故用三因得積若將徑三因四歸得四十二步以乘徑五十六步亦正得一圓田本積大抵圓內方求以徑自乘三因四歸此正法也凡自乘數一邊或半一邊增半積數較原自乘數得四分之三半徑乘半周是也一邊不加一邊加作三倍積數較原積亦三倍徑乘周是也兩邊各加作三倍則積數得九倍三三成九周自乘是也各加半倍則積數較原積得二倍零二分半半周自乘是也各戳一半則積數得四分之一半徑自乘是也學者須推明自乘數理則大槩瞭然矣

積求圓徑○今有圓田積二千三百五十二步問圓徑若干　答法　置積二千三百五十二步四因三歸得積三千一百三十六步為實用開平方法除之得圓徑五十六步

解義　圓田徑即方田面其積數原本方積三因四歸而得故以積問徑仍將圓積四因三歸還原復合方積用開方得徑

難題問半徑歌○曠野之地有個樁樁上繫着一羫羊團團踏遍三畝二試問羊繩幾丈長　此借物比喻言圓田三畝二分問周至中心半徑若干　答曰　置田三畝二分以畝

法二四通之得積七百六十八步四因三歸得一千零二十四步為實以開平方法除之得三十二步為圓之全徑折半得繫半中處半徑一十六步以每步五尺乘之得半繩長八十丈

積矢問截弦○今有圓田從一邊截濶八步計積一百二十八步問截長若干

舊法置積一百二十八步倍之得二百五十六步為實以濶八步為法除之得三十二步減去濶八步得截長二十四步

圓田截積

弦二十四步
濶
中徑二十六步

增法置積一百二十八步為實以截濶八步為法除之得一十六步另將截濶八步折半得四步以減一十六步餘一十二步倍之得截長二十四步

解義圓田截積即弧矢田倍積以濶除又減濶得長者因弧矢以矢加弦折半以矢乘之得本積將積加倍以矢除之乃得弦加矢本數故減去矢步得弦步也不倍積以矢除之又減半矢加倍得弦者以本積原是以矢乘半矢半弦故將本積以矢除之得半矢半弦數

減去半矢止存半弦故加倍得全弦一理也法俱本弧矢與弧矢互源法也

圓田以積與截長問截濶法○今有圓田從一邊截弦長二十四步計積積一百二十八步問截矢濶若干　(舊法)置積一百二十八步加倍得二百五十六步為實用帶從開平方法以弦長二十四步置於右為從方約商八步於左亦置八於右從方二十四步之下位共三十二步皆與左商八相呼三八除實二百五十六八除實一十六步除實恰盡得(截矢濶八步)　(增法)置積一百二十八步為實另將弦長二十四步折半得一十二步為從方約商八步於左卻亦折半加四步於從方之下位共一十六步皆與左商八相呼一八除實八十六八除實四十八步除實恰盡亦得(截矢八步)

解義　倍積用帶從開方法求之得矢者原積係以矢乘半矢半徑倍積便是矢乘全矢全徑之數開方法係自乘之數帶入弦長為

幾方便是以矢乘全弦矢自乘便是以矢乘全矢故除實得盡可湊矢也不倍得以弦折半爲綴方是個半弦將高步亾折半加綴方是個半矢除實得盡正是全矢綴半矢半弦之數故亦可以湊矢

圓田徑矢求截弦歌○圓徑與矢求弧弦○半徑自乘得積先○另置半徑減去矢○餘徑自乘減其前○剩積再用開方法○得數加倍弧弦全

今有圓田不言截積步若干止言中徑二十六步從一邊截矢八步問截弦若干

(舊法)置中徑二十六步折半得一十三步自乘得一百六十九步爲實另以半徑減去矢八步餘五步自乘得二十五步以減一百六十九步餘一百四十四步用開平方法除之得一十二步倍之得(截弦二十四步)

(又法)置全徑自乘得六百七十六步另置矢八步加倍得一十六步以減徑二十六步餘一十步自乘得一百步以減六百七十六步餘五百七十六步用開平方法除之得(截弦二十四步)

解義此用句股法也半徑即弦半徑减矢得餘徑即股半弦即句以半徑减去矢自乘得積以减半徑自乘之積餘積開方得句乃以股積减弦積止存一句積故開方得句非詳句股率　又法乃加倍法全徑是半徑兩倍全徑减倍矢餘十步亦股兩倍餘積開方得全弦非即句兩倍一理也

又圓田徑矢求截弦歌○徑矢求弦法最良○以矢减徑存餘長○復用矢乘爲實○開方倍之弦可詳　今有圓田不言截積步若干止言中徑二十六步從一邊截矢八步問截弦若干　舊法置圓徑二十六步减矢八步餘一十八步以矢八步乘之得一百四十四步以開平方法除之得一十二步倍之得弧弦二十四步

解義矢乘餘徑與半弦自乘之數相合故以矢乘餘徑以矢乘之開方得半弦加倍即全弦也

圓田徑弦求截矢歌○圓徑與弦求截矢○半徑自乘積數推○弧弦折

半亦自乘○得數用減半徑積○剩積開方見餘徑○以減半徑餘即矢

今有圓田不言截積步若干止言中徑二十六步從一邊截弦長二十四步問截矢濶若干

(舊法)置中徑二十六步折半得一十三步自乘得一百六十九步為實另以弦二十四步折半得一十二步自乘得一百四十四步以減實一百六十九步餘實二十五步用開平方法除之得五步以減半徑一十三步餘得(截矢八步)

(又法)置全徑自乘得六百七十六步為實另以全弦自乘得五百七十六步減之餘一百步用開平方法除之得一十步以減全徑二十六步餘一十六步折半得(截矢八步)

解義　前徑矢求弦是以股積減弦積餘得勾此徑弦求矢是以勾積減弦積餘得股股乃半徑減去矢之餘徑即下法所云離徑也如以徑與弧弦問矢離中徑若干即餘積圖上所得若是舊法從到求離徑法即上求矢之法故不復贅

圓田弦矢求圓徑併離徑歌○弦矢可將圓徑推○半弦自乘矢除之○

再加矢闊為圓徑〇半徑減矢離無疑　今有圓田截矢八步弦二十四步問圓徑及矢離徑各若干　舊法置弦二十四步折半得一十二步自乘得一百四十四步為實以矢八步為法除之得一十八步再加矢闊八步得圓徑二十六步將徑折半得一十三步減矢八步餘得矢離徑五步

圓田弧弦及離徑求圓徑歌〇弧弦離徑求圓徑〇弧弦折半自相乘〇離徑自乘併為實〇開方加倍為圓徑　今有圓田截弧弦二十四步矢離圓徑五步問圓徑及矢各若干　舊法置弦二十四步折半得一十二步自乘得一百四十四步再以離徑五步自乘得二十五步相併得一百六十九步為實以開平方法除之得一十三步倍之得圓徑二十六步將半徑一十三步減離徑五步得矢八步

解義　上法半弦自乘即矢乘餘徑數故以矢除得餘徑加矢即全徑　下法併二自乘數開方得半徑即併勾股數開方得弦也

圓田積徑問矢弦法〇今有圓田中徑二十六步從一邊截積一百二十八步問截矢截弦各若干

術法 置積一百二十八步自乘得一萬六千三百八十四步為實另以原積一百二十八步為上廉以徑二十六步為下廉以一二五為虛隅法約商八步於左上為法以乘上廉得一千零二十四步又以商八乘虛隅一二五得十步以減下廉二十六步餘一十六步却將商八自乘得六十四步以乘餘下廉一十六步得一千零二十四步併上廉共二千零四十八步又為法除實一萬六千三百八十四步得減矢八步方置積倍之以矢八步除之得三十六步減矢八步得截弦二十四步

又法 倍積得二百五十六步自乘得六萬五千五百三十六步為實另以四因原積得五百一十二步為上廉又以四因徑得一百零四步為下廉以五為虛隅法約商八步於左上為法以乘上廉得四千零九十六步又以商八乘隅五得四十步以減下廉一百零四步餘六十四步

另以商八自乘得六十四步以乘餘下廉六十四步得四千零九十六步併上廉共八千一百

九十二步又為法除實六萬五千五百三十六步得(六八步)另置倍積照上法得弦

解義

以積自乘為寔者將積開方後可以數求也以矢乘積者本積係以矢乘得數又以矢乘積即一乘再乘法也又以矢乘一二五扈陽除徑卻以矢自乘々餘徑者即以矢乘餘徑再以矢乘餘徑亦一乘再乘法也凡自乘再自乘得數另將原數一乘再乘三乘數即捐同如四自乘得十六再將十六自乘得二百五十六另以四乘四得十六再以四乘十六得六十四又以四乘六十四即得二百五十六又如五自乘得二十五再用二十五自乘得六百二十五另以五乘五得二十五再以五乘二十五得一百二十五又以五乘一百二十五得六百二十五此是方自乘兩邊數合一故無參差若以短長不等相乘於四乘六得二十四再用二十四自乘得五百七十六另以四乘六得二十四再以四乘二十四得九十六又再以六乘九十六即得五百七十六皆是以三乘積合一乘再自乘積商八即所商之矢原以矢乘得積又再以矢乘積又以矢乘餘徑再以矢乘餘徑俱是再乘法商步一個矢乘合原積自乘之數故以之為法除寔可得矢也其以一二五為虛隅法何也圓得方四分之三即得方七分五釐四隅虛二分五釐弧矢係半圓止二釐隅應得一分二釐

五毫加入商矢以減原徑乃減去矢八步之二虛隅以合圓法也本
法以一二五虛隅乘矢以減圓徑餘十六步遠與矢乘法加矢折半
之數合一边矢乘積是以八乘一百二十八一边矢自乘々餘徑是
以六十四與十六相乘八得十六一半一百二十八得六十四二法
故乘出之數適同至圓有大小截矢弦有長短或矢適短弦適長以
矢乘積所得之數不足一半以虛隅乘矢減徑所餘之徑凡多以矢
自乘々餘徑所得之數必一半有餘多少湊分適符一再乘之象此
則較理天然符合之妙也但矢係八步無零狀易約商如矢步有零
餘則勢貫商求且商者不過約略商求如商八步又不如直以八除
原積或倍積用商積矢求弦法驗其合否之為積矣　又法將原積
加倍自乘之數較原積自乘得四倍故亦四因來積四因徑以就之
其以五為虛隅亦四倍一二五得五分與上同一法也

圓截二弧矢圖

步問中與二弧矢各若干

難題西江月○今有圓田一所不知頃畝端的直河一道正中穿圓分弧矢兩段通田七十四步二十四步河寬除河見在幾多田水占如何得見此言圓徑七十四步中去河二十四步

舊法 置圓徑七十四步自乘得五千四百七十六步三因四歸得圓積

四千一百零七步再以徑七十四步減去中濶二十四步二弧矢各得二十五步另以勾股法置全徑折半得三十七步為斜弦自乘得一千三百六十九步又以半徑三十七步減去矢二十五步餘一十二步為股自乘得一百四十四步減半徑自乘數餘一千二百二十五步以開平方法求之得半弦即勾三十五步加倍得截弦七十步加矢折半以矢乘之得一弧矢積一千一百八十七步五分併二弧矢共積二千三百七十五步以減圓田全積餘得中河積一千七百三十二步

圓截中段圖

今有圓田外截二弧矢中餘濶二十四步中徑長七十四步兩面弧弦各七十步問存積若干

增法置中徑七十四步併加弧弦七十步共一百四十四步折半得七十二步以濶二十四步為法乘之得一千七百二十八步另置七十四步以七十步對減餘四步折半得二步自乘得四步併入

一千七百二十八步得積一千七百三十二步

今有圓田從中心向一邊截一十二步中徑七十四步截弦七十步問積若干

增法 置中徑七十四步加截弦七十步共一百四十四步折半得七十二步以截濶一十二步為法乘之得八百六十四步另置徑七十四步以弦七十步對減餘四步折半得二步自乘得四步再折半得二步加入八百六十四步得積八百六十六步

解義 同用截中段將中徑外弦折平以濶乘之另將弦長截徑長餘步折半自乘加入合積截中心一邊中段將徑長弦長折平以濶乘之另將弦長截徑長餘步折半自乘再折半加入合積其用餘步折半加之者以補弧背之餘也截中心一邊則折半自乘又折半者偏中係正中一半添積亦應一半故再折半以合之也再如圓徑二十六步圓積得五百零七步該如兩而各截矢一步弦得十步中濶二十四步將徑二十六步與弦十步折平得十八步以濶二十四步乘之得四百三十二步另將弦十步截二十六步餘折半八步自乘得六十四步併之得積四百九十六步再加每弧矢五步五分二弦矢共積十一步合圓積五百零七步若截中心一邊濶一十二步

將徑弦折半十八步以減一十二步乘之得二百一十六步另將弦減徑餘一十六步折半得八步自乘得六十四步折半得三十二步加入共二百四十八步得截中段一半之積無不皆合此物理有一形狀即有一數其內可測乃數法天然之妙也

圓田截內方圓

今有圓田內截方田一段外圓周二十七步內方周一十二步問截方餘圓積若干

法置圓周二十七步自乘得七百二十九步以圓法十二除之得通圓積六十步零七分五厘另置內方周一十二步自乘得一百四十四步以方周法十六除之得內方積九步以減通圓積餘得剩圓積五十一步七分五厘

解義以周自乘用十二歸除得積者圓法徑一周三一自乘得一三自乘得九將九四因三歸得十二是每圓周自乘比圓徑自乘得九倍該圓積十二倍故用十二為周周法得本積方周自乘周十六歸除得積者方圓是一兩方周是四兩一自乘得一四自乘得十六是方周自乘得方面自乘十六倍故用十六為方周法得本積為

併其他方作積十六步將外周每面三步連角作四步此某方束法

非是方束是論個數周十二則寔有十二個若以每面計之則各面得四個非三個方用正面數寔四角數虛每角兩面作數周十二步寔止八步何謂舊方束作十二寔步算此程寔渠所以詳敘其非也

圓田截方餘徑并二周相較求內方餘圓歌○圓內截方法可推○內方差數用為實○徑方約量十分數○一倍定位作一步○較減餘數即為法○除實徑方皆可察○徑倍除實先得方○方陪除實徑亦彰○倍數內外有盈欠○加實減實分別奚

解義

舊法載圓田方池一問然無所求之法今併立法考較大凡餘徑內方盈縮不同圓周方周亦參差不等將餘徑內方俱以十分為率每一分作一步立法加至一倍半倍二三倍不等或餘徑或內方面多若干倍分數圓周多內步周不弃之數必係若干分數之積數故以倍徑內方減餘之分數為法以除外圓周所多內周之數即可得徑方步數並或餘徑或內方多若干倍內有或盈或不足須用加減而則所多之數為實者數以十分為準盈不足皆零餘不弃不合[illegible]倍之數故須加減乃合也其盈不足皆用三因者徑一圓周

得三也若內方倍從餘徑若干倍內有盈不足止用本數加減另解在後

方徑均平加倍圖

今有圓田內截一方塘塘外餘田三分內方餘徑步均平圓周多方周一十二步問內方餘徑通徑各若干

增法置圓周多一十二步為實另置方一步以周四因之得四步又置餘徑均平一步連內方一步共二步以圓周三因之得六步兩數相減餘二步為法除實一十二步得內方六步外餘徑均平六步折半得每面餘徑各三步加內方六步得通徑一十二步自乘得一百四十四步三因四歸得圓田一百零八步減去內方六步自乘三十六步得方外餘積七十二步以縱法二四通之得方外餘田三分

增法餘徑得內方三倍圓周多方周二十四步問內方餘徑通徑　置圓周多二十四步為實另置

方一步周得四步又置餘徑三倍得三步連內方共四步周得一十二步兩數相減餘八步為法除實二十四步得內方三步外餘徑三倍得九步折半得每面餘徑四步五分加內方三步得通徑一十二步

解義

首圖即舊雜題所載分數也第舊未立內方餘徑較周法止言方外餘田三分餘徑各三步解法以每面三步約圓徑一十二步設如次圖每面餘徑四步五分依然前圖分數又作何約法故立二圖考較其首圓內方餘徑均平每內方一步圓周多方周二步者內方一步餘徑亦一步迭內方一步則二步方周一四得四圓周二二得六故多二步次圓餘徑得內方三倍圓周多方周八步者內方餘徑均平圓徑係餘徑連方實得二倍餘徑再加一倍圓徑一圓三則圓周加得三步再加一倍則圓周多六步次圓係餘徑得內方三倍故數內方餘徑均平圓周多二步又加兩倍三步共多八步以至四倍五倍皆可類推至內方余徑盈縮無定或餘徑多內方若干步有半或餘徑少內方若干或餘徑多內方若干倍零若干分或餘徑多內方若干倍不足若干分至或餘遞少內方若干或零若干分至或餘徑少內方若干步不足若干分至數有不齊各因內外圓方減除并分晰立圖備考

徑倍方盈不足帶分釐圓

今有圓田内截方塘餘徑得内方面一倍有半多一步一分一釐八毫五絲圓周多方周一百六十步零二分七釐八毫問内方餘徑各若干(增)

法置餘徑多一步一分一釐八毫五絲以圓周三因之得三步三分五釐五毫五絲以減圓周多一百六十步零二分七釐八毫餘一百五十六步九分二釐二毫五絲為實另將内方一倍以方周四因得四步餘徑一倍有半該一步五分連内方共二步五分以圓周三因得七步五分與内方四步對減餘三步五分為法除實一百五十六步九分二釐二毫五絲得(内方面四十四步八分三釐五毫)外餘徑倍半該六十七步二分五釐二毫五絲加入多一步一分一釐八毫五絲得(餘徑六十八步三分七釐一毫)析半得(每面餘徑三十四步一分八釐五毫五絲)共

餘徑加內方得通徑一百一十三步二分零六毫　又今有餘徑得內方倍半不足一步一分一釐八毫五絲圓周多方周一百五十三步五分六釐七毫問方面餘徑

解法照前　三因不足共三步三分五釐五毫五絲加入圓周多一百五十三步五分六釐七毫共一百五十六步九分二釐二毫五絲為實亦將前法三步五分除實得內方同前外餘徑倍半該六十七步二分五釐二毫五絲內減不足一步一分一釐八毫五絲得餘徑共六十六步一分三釐四毫折半得每面餘徑三十三步零六釐七毫其餘徑連內方得通徑一百一十步零九分六釐九毫

解義　以徑方相減除數除圓周多數即物價貴賤相減謂併同法內方用四圓方周兩也餘徑用三周閫周三也至多不足皆用三圓者盈不足徑餘徑徑一周三徑比內方幾倍外多若干圓周所多之數必比徑多出三倍幾倍內少若干圓周所多之數必比徑少欠二倍徑則用三圓多共或六少若如八為實以法除乃合內方數也

方倍徑盈不足帶分釐圖

今有𤰞田内截方塘内方得餘徑二倍不足四分四釐七毫八絲圓周多内方周五步九分三釐零四絲問餘徑内方通徑各若干

法曰置圓周多五步九分三釐零四絲以内方不足四分四釐七毫八絲減之餘五步四分八釐二毫六絲為實另將内方二倍作二步以四因得八步餘徑一倍連内方二倍共三步以三因得九步與方八步對减餘一步為法除實如故得餘徑共五步四分八釐二毫六絲折半得每面餘徑二步七分四釐一毫三絲共餘徑加倍得十步零九分六釐五毫二絲内截不足四分四釐七毫八絲得内方每面十步零五分一釐七毫四絲連共餘徑得通圓徑一十六步

又令有内方得餘徑一倍有半多六分三釐四毫

圓周多方周六十五步五分六釐七毫問餘徑內方通徑　答法置圓周多六十五步五分六釐七毫加入內方多六分三釐四毫共六十六步二分零一毫為實另將內方倍半作一步五分以四因得六步餘徑連內方有二半倍作二步五分以三因得七步五分對減餘一步五分為法除實六十六步二分零一毫得餘徑共四十四步一分三釐四毫折半得徑面餘徑二十二步零六釐七毫共餘徑加半倍得六十六步二分零一毫加入多六分三釐四毫得內方面六十六步八分三釐五毫連共餘徑得通圓徑一百一十步零九分六釐九毫

解義　前圓俱是餘徑多內方不足令圓是內方多餘徑不足餘徑多以法除實得內方面內方多以法除實得餘徑前圓餘徑多則減去不足則加入且尔三因加減今圓內方多反加入不足反減去且止本數加減者餘徑多與不足是在內方外餘徑猶多之數故多須減亦不足須加入圓周三故須三因加減以法除之始合內方之數內方多與不足是內方多徑連方在內亦多內方不足徑連方在

內亦不足內方周四多四圓徑周三多三是圓周反不滿一數內方周少四圓周少三是圓周反多出一數故多須加入不足須減去且上以本數加減以法除之始合餘徑之數

徑方約法相求圖

今有圓田內截方塘內步得餘徑四十六分步之一十七圓周多方周二百九十六步四分五釐問內方餘徑通徑

答法 置圓周多二百九十六步四分五釐為實另將內方一十七步以四因得六十八步餘徑四十六步連內方一十七步共六十三步以三因得一百八十九步與方六十八步對除餘一百二十一步為法除實二百九十六步四分五釐得二步四分五釐為平法以因一十七步得內方面四十一步六分五釐以因四十六步得餘徑共一百一十二步七分折半得每面餘徑五十六步三分五釐連餘徑內方得

通圓徑一百五十四步三分五釐　又今有餘徑得內方五百二十一分釐之二百二十九圓周多方周三步三分二釐問內方餘徑通徑

解法置圓周多三步三分二釐以釐通之得三百三十二釐為實另將內方五百二十一釐以四因得二千零八十四釐又將餘徑二百二十九釐連內方五百二十一釐共七百五十釐以三因得二千二百五十釐與方二千零八十四釐對減餘一百六十六釐為法除實三百三十二釐得二釐為平法以因五百二十一釐得一千零四十二釐每一百釐步得內方面一十步零四分二釐以因二百二十九釐得四百五十八釐每一百釐步得餘徑共四步五分八釐折半得每面餘徑二步二分九釐合餘徑內方得通圓徑一十五步

解義　內方餘徑雖各參差多少不可以一一等倍計須用約法較分可以步分者以步分之步不可分則以分釐毫分之皆可立法析求此數之繁不可通也故又列二圖以備伸須

圓環田求積圖

今有圓田中心除去圓池外餘環田外周四十八步内周二十四步環徑四步問積若干（圓法）置外周四十八步併内周二十四步共七十二步折半得三十六步為實以徑四步為法乘之得環積一百四十四步（又法）置環徑四步以三因之得一十二步以減外周四十八步餘三十六步以徑四步乘之或將一十二步加入内周二十四步共三十六步以徑乘之俱得（又法）置外周四十八步自乘得二千三百四步另以内周二十四步自乘得五百七十六步二數相減餘一千七百二十八步以圓周法一十二除之亦得或以通徑十六步自乘三因四歸得圓田積另以内徑八步自乘三因四歸減内圓積得外環積亦得

解義 外周内周折平以徑乘即科田二長折平以濶乘之同理 又法三因環徑以減外周或加内周因圓法以六圓一分徑一步外

周多六步環徑四步外周多內周四六二十四步將徑用六歎之半以三因之總得多歎一半以成外周便減去所多一半以加內周便積入所少一半亦內外折平之法也又法外周自乘減去內周自乘以十二除之若圓田外周自乘以十二除之可得全積減去內周自乘即減內圓止剩外環數故以十二除之遺得環積即圓田以底問積法也

環田周徑相求法〇以周問徑〇今有環田外周四十八步內周二十四步問徑若干

(舊法)置外周四十八步以內周二十四步減之餘二十四步以圓法六除之得(徑四步)〇以徑與內周問外周

(舊法)置徑四步以六因之得二十四步加入內周得(外周四十八步)〇以徑與外周問內周〇置徑以六因之得二十四步以減外周餘得(內周二十四步)

難題二周相和併積問徑周歌〇一段環田徑不知二周相併事幽微共計一百六十步田積一畝無零餘三般可以見端的二周一徑莫差池

此言環田計一畝內外周共二百六步問徑及內外周各若干

【術法】置田一畝以畝法通之得二百四十步為實另置二周共和一百六十步折半得八十步為法除實得圓徑三步又另以三乘三步得九步以減八十步餘得內周七十一步以減總共和一百六十步餘得外周八十九步

解義 環術係內外周折平以徑乘之以共步折半即兩周折平法故為法除積可得徑也

難題二周差步併積問徑周歌樓梧〇

一段環田余久意熱說分明亦有誰人悟忘了二周併徑步人通二周不及為差處七十有餘單二步三事通知卷曰分明註五畝二分無零數玄機具妙堪思慕

此言環田五畝二分內周不及外周七十二步問徑與內外周各若干

【術法】置田五畝二分以畝法通之得一千二百四十八步倍之得二千四百九十六步為實另置不及七十二步以六除之得徑一十二步就以為

法除實得二百零八步內減不及七十二步餘一百三十六步折半得（內）（周）（六）（十）（八）（步）加不及七十二步得（外）（周）（一）（百）（四）（十）（步）

（增）（法）置通積一千二百一十八步為實另置不及七十二步以六除之得（徑）（一）（十）（二）（步）以除實得一百零四步將七十二步折半得三十六步以減一百零四步得（內）（周）（六）（十）（八）（步）以增一百零四步得（外）（周）（一）（百）（四）（十）（步）

解義倍積即後法加倍故後法以十二除積減除不及一半即得內周前法以十二除倍積故除不及全步又折半乃得內周一也

環田截外歌○環田截外積倍重○叅乘倍積徑除行○以減外周自乘積○餘實開方截周明○截周外周餘零數○以六除之徑可憑

圓田截內截外圖

今有圓田外周七十二步內周二十四步徑八步從外周截積二百八十五步問截處周併徑若干

（答）（曰）置截積二百八十五步倍之得五百七十步却以外周減內周二十四步餘

四十八步為差步以乘倍積五百七十步之得二萬七千三百六十步以原徑八步除之得三千四百二十步另置外周七十二步自乘得五千一百八十四步以少減多餘一千七百六十四步為實以開平方法除之得截中周四十二步以減外周七十二步餘三十步以六除之得截徑五步

圓田截內歌〇圓田截內倍積先〇差乘倍積徑除焉〇加併內周自乘積〇開方截周指掌看〇截周內周相減餘〇六除得徑法同然

今有圓田外周七十二步內周二十四步徑八步從內截積九十九步問截中周併徑若干

舊法置截積九十九步倍之得一百九十八步卻以外周內周相減餘四十八步為差步以乘倍積一百九十八步得九千五百零四步以原徑八步除之得一千一百八十八步另置內周二十四步自乘得五百七十六步併二數得一千七百六十四步以開平

方法除之得截中周四十二步以內周二十四步減之餘一十八步以六除之得截徑三步

解義 環田外周內周折平以徑乘得積從梯田大濶小濶折平以長乘之得積故環田截外截內與梯田截大濶小濶同法解俱詳梯田截積下

弧矢田求積求矢弦歌○弧矢求積矢加弦○折半矢乘得積全○積矢求弦倍田積○矢除減矢弧弦然○積弦求矢積亦倍○帶弦置縱開方宜

弧矢求積圖

矢六步五分
弦一十三步

今有弧矢田弦長一十三步矢長六步五分問積步若干

答法 置弧弦一十三步加矢六步五分共一十九步五分折半得九步七分五厘以矢乘之得積六十三步三分七厘五毫

又術 置弦一十三步以矢

六步五分乘之得八十四步五分另以矢六步五分自乘得四十二步二分五厘併二數共一百二十六步七分五厘折半得積六十三步三分七厘五毫

解義以矢乘弦又以矢自乘併二數折半得積若依法弦加矢折半是以矢乘半矢半弦以矢乘弦是矢乘兩半弦矢自乘是矢乘兩半矢合併兩個積數故併二數折半得積以矢求弦積弦求矢二法已載圓田截積下故不復贅

弧矢截積歌〇整半弧矢截細半〇細半弧矢法不變〇截餘二長相折平〇以闊乘之數可驗〇另將二長差步求〇折半自乘再折半〇二數相併即餘積〇整半弧矢任合箕

弧矢截積圖

今有弧矢田弦長一十三步矢長六步五分從弧背截矢四步問截弦截積餘積各若干

算法置弦一十三步減去截矢四步餘九步以截矢乘之得三十六步用開平方法除之得六步加倍得截

弦一十二步照弧矢法矢加弦折半得八步以矢四步乘之得截弧矢積三十二步另將原弦一十三步加截弦一十二步共二十五步折半得一十二步五分為長將原矢六步五分減截矢四步餘二步五分以乘長一十二步五分得三十一步二分五厘再將原弦截弦對減餘一步折半得五分自乘得二分五厘折半得一分二厘五毫加入三十一步二分五厘得截餘積三十一步三分七厘五毫併截弧矢積共合整半弧矢積六十三步三分七厘五毫

解義其截餘積[illegible]仍圓田從中截半此法以此考較知半整半弧矢理同舊謂細半弧矢數死執矣辭詳後外圓內方求弧矢下

截積問矢弦圖

難題積求截矢弦西江月○一段田禾之外臨邊近有荒疇離田五步繫頭牛只為繩長遊走吃殘五分八步如同矢弦彎周索長多少是根由演立妙源窮究

答

法置田五分以繩

法通之得一百二十步連八步共一百二十八步為實另倍積得二百五十六步以開平方法

除之得一十六步為法除寔得矢八步加法十六得弦長二十四步將矢八步加

雖田五畝得索長一十三步加倍即圓徑

解義倍積開方得十六步違合弧矢田以矢乘半弦半矢之數此惟弦得矢三術半弦半矢合矢二倍乃倍積可求着弦長參差不者則倍積開方雖以合數此等法須言索長若干無雖曰五步月差弦股測勾法求之為正不言索長則無從也故存解明白恐誤后人

難題積弄矢弦差步求矢弦歌○弦矢一畝積一段更加九十七步半矢

不及弦十五步弦矢各長怎的筭舊法置田一畝以畝法通之得二百四十

步再加九十七步半得田積共三百三十七步半四因三歸得四百五十步為寔以不及

弦一十五步為縱方用帶縱開平方法除之○商十步於左亦置十步於右縱方

一十五步之位共二十五步皆與上商十步相呼十與二十相呼除二百又與五相呼除

十五餘實二百步另以下法初商十一倍之得三十五步次商五步於左下法亦置五步加於縱方之位併倍初商共得四十步與上再商五相呼四五除實二百恰盡

得矢一十五步加不及十五步得弦長三十步

解義以不及十五步帶從積用四周三歸者矢十五步弦三十步矣合弦一平半矢加弦折半得二十二步五分較弦三十步止四分之三將積四周三歸三分歸作四分乃合矢乘全弦之積故以不及帶縱閣方可得矢此統求圖徑法全圖得方由四分之三弧矢即半圖亦是半方四分之三故皆用四因三歸法還除此雖盤半然失矢得弦一半乃合以求細半弧矢弦矢參差不齊則不合矣

梯田求積圖

小廣廿步

長九十步

大廣卅八步

截右斜倒補左缺兩廣折平圖

今有梯田長九十步小廣二十步大廣三十八步問積若干

術曰置大廣小廣共五十八步折半得二十九步以乘長九十步得積二千六百一十步

梯田截積歌〇梯田倍積截可齊〇差乘長除法爲宜〇截大減大自乘數〇截小自乘併爲實〇闊方俱可見截廣〇折廣除積長無疑

梯田截大小圖

今有梯田長九十步小廣二十步大廣三十八步從小頭截積八百二十二步五分問截長截廣各若干

答法 置截積八百二十二步五分倍之得一千六百四十五步以二廣相減餘一十八步爲濶差以乘倍積得二萬九千六百一十步以原長九十步除之得三百二十九步另以小廣二十步自乘得四百步二數相併共得七百二十九步爲實以開平方法除之得截中廣二十七步就以截廣二十七步併小頭原濶二十步共四十七步折半得二十三步五分爲法以除截積八百二十二步五分得截長三十五步

梯截大頭法〇今有梯田長九十步大廣三十八步小廣二十步從大頭

截積一千七百八十七步五分問截長截濶各若干 〔圖〕〔法〕置截積加倍得三千五百七十五步以大小二濶相乘之得六萬四千三百五十步以原長九十步除之得七百一十五步另以大濶三十八步自乘得一千四百四十四步減去七百一十五步餘七百二十九步為實以開平方除之得【截中濶二十七步】就以截濶二十七步併大頭原濶三十八步共得六十五步折半得三十二步五分為法以除截積一千七百八十七步五分得【截長五十五步】

若截作三段先截大小二頭餘即中段四段五段從兩頭以次筭入

梯田以積併截長問截濶法○前田小廣二十步大廣三十八步從小頭截長三十五步截積八百二十二步五分問截中濶若干 〔圖〕〔法〕置截積八百二十二步五分倍之得一千六百四十五步為實以截長三十五步為法除之得四十七步內

減原小廣得截廣二十七步　增法　置截本積以原差十八步乘得一萬四千八百零五步原長九十步除得一百六十四步五分為實另置截長以十除得三步五分為法除實一百六十四步五分得四十七步內減原小廣得截廣二十七步截大頭法俱同

梯田截廣開截長法（）前田小廣二十步大廣三十八步長九十步從大頭截中廣二十七步開截長若干　答法　置大廣三十八步以截廣二十七步減之餘一十一步以原差九十步乘之得九百九十步為實以原小廣大廣對減餘十八步為法除之得截長五十五步截小頭法同

梯田截長開截廣法（）前田小廣二十步大廣三十八步長九十步從大頭截長五十五步開截中濶若干　答法　置截長五十五步以原大小廣濶差一十八步乘之得九百九十步為實以原長九十步為法除之得濶差一十一步以減

大廣三十八步餘得截中廣二十七步截小頭以濶差若干加小廣得截廣

解義長九十步濶差一十八步將十八以九十除得二乃長十步濶差二步將九十以十除得五乃濶差一步長高五步較求濶

以濶差求原長除得截濶差乃十分減作二分得得九十分之十八求
長以原長乘濶差條得截長乃一分增作五分得十八分之九十積
方圓三因四帶得四分之三四因三降成三分之四一理如截小頭
長三十五步以二乘得差之步將差七步以五乘得截與三十五步
是之皆二[illegible]止言原廣與截積開截廣截長乃先倍積者求長截之
差較也差多只崟本積用倍精何也積四兩廣折平得數差由兩廣
不等生山數理循環互倍甚兩廣君分乘長與長自乘數相通本積
閣差二較共兩廣自乘數相通如小頭小廣自乘四百步截廣自乘
七百二十九步對成餘三百二十九步折半得一百六十四步五分
將截積八百二十二步五分以濶差十八乘長九十除正得一百六
十四步五分大頭大廣自乘一千四百四十四步截廣自乘七百二
十九步對減餘七百一十五步折半得三百五十七步五分將截積
一千七百八十七步五分以濶差乘原長除亦正得三百五十七步
五分是大廣小廣多兩濶差數故須用倍積乃合或止用本積求
差加倍亦得然大廣多二差數何也本積內一濶差數乃兩廣折平
相差不數若而廣約乘較方大多出一差數小少去一差數故大廣

應多兩箇差數猶之小頭截長三十五步以小廣乘長得七百步比
截積不足一百二十二步五分截廣乘長得九百四十五步多一百
二十二步五分對減則小廣乘長比截廣乘長五不足兩个一百二
十二步五分共二百四十五步大頭截長五十五步以大廣乘長得
二千零九十步比截積多三百零二步五分截廣乘長得一千四百
八十五步不足三百零二步五分對減則大廣乘長比截廣乘長五
多兩箇三百零二步五分一理也且小頭差數一百六十四步五分
合小廣乘長截廣乘長二致共得一千六百四十五步大頭差數三
百五十七步五分分大廣乘長截廣乘長二數共得三千五百七十
五步果差數得二廣乘長之數十分之一小頭兩廣乘長比本積多
少一百二十二步五分截長三十五步自乘得一千二百二十五步
大頭兩廣乘長多步三百零二百五分截長五十五步自乘得三千
零二十五步果兩齊乘長餘不足之數得截長自乘十分之一此皆
數理妙合莫可思議知比則不言二廣但言截長截積亦可得截廣
原齊系以截積截長開截數亦用得積者將二積簡倒相配每西各
有一小廣一大廣故以長除得二廣共數減原廣得截廣增法以截
長十分之一為法者積以長乘兩廣而得差數是積十分之二以長
十分之一除差數將一分仲作二分促是二廣共數故求減一廣得
一廣役二法因廣求長用長乘差除緣已有截廣差步故用本差除
因長求廣用原差乘原長除即得本差

梯田以截長截積問截廣原大小廣法○前田長九十步從小頭截長三十五步積八百二十二步五分問截廣原大小廣各若干

通法置截積八百二十二步五分以截長三十五步除之得二十三步五分加倍得四十七步為實另置長三十五步自乘得一千二百二十五步以十除之得一百二十二步五分併入截積八百二十二步五分共九百四十五步以長三十五步除之得截中廣二十七步以減實四十七步得原小廣二十步就將原共長九十步內減截長三十五步餘五十五步為實另將二廣對減餘七步為法乘實五十五步得三百八十五步以截長三十五步除之得一十一步加入截廣二十七步得原大廣三十八步或將一百二十二步五分以減截積即先得原小廣截大頭同

解義以長除積得二十三步五分即原積兩廣析平之數加倍即兩廣共數故減一廣得一廣截長自乘數以十除者大小廣各乘截長一多一少之數得長得自乘十分之一故以此加入截積以長除得大廣減退截積以長除得小廣前辨已明

梯截勾股圖

中長一百步

截長八十步

難題積併原長濶問截長截濶歌〇今有梯田長一百小頭十五大廿七截貢一百九十二欲從一邊截去積

（術）（法）置截積一百九十二步倍之得三百八十四步以原長一百步乘之得三萬八千四百步為實以大濶二十七步減小濶一十五步餘一十二步折半得六步為法除之得六千四百步以開平方法除之得（截長八十步）又以法六步乘之得四百八十步以原長一百步除之得（截濶四步八分）

（增）（法）如先求截濶即置倍積三百八十四步以折半濶差六步乘之得二千三百零四步以原長一百步除之得二十三步零四釐以開平方法除之得（截濶四步八分）另將四步八分以原長乘半濶差除得長〇若不倍積求截長將原長加倍求截濶將半差加倍法見圭田下

解義此與上同法橫截全用十八步濶差為法豎截濶差十二步止用一半六步者梯差在兩面分從一邊截積止用一面濶差得

一半之增法亦即前截大頭小頭法但積截是分為二梯乃有兩頭大小二濶自乘相減余數以長乘差除得倍積故用梯還源法求之豎截有下濶死上濶即以濶自乘再用長乘差除亦得倍積故將倍積以差乘長除餘數開方即濶即用圭句股還源法之法見圭田下

斜田求積圖

小濶四步
長三十二步
大濶一十二步

下自截倒
補上
八步
中長三十二步
八步

今有斜田長三十二步大濶一十二步小濶四步問積若干

舊法置長三十二步為實以二濶相併折半八步為法除之得積二百五十六步

增法置大濶一十二步自乘得一百四十四步又置小濶四步自乘得一十六步二數相減餘一百二十八步折半得六十四步為實另將長三十二步以大濶小濶相減餘八步為濶差除之得四步以乘實六十四步得積二百五十六步

解義 斜田梯田同理增法大濶小濶各自乘相減餘數折半用濶差除長得四步乘之得積即將折半餘數以長乘以濶差除得積

若餘數不折半即得倍積梯田下倍積求長濶之法本此求斜田亦同

斜截勾股圖

原長三十二步

截長二十步

今有斜田長三十二步小廣四步大廣一十二步從斜邊截積五十步問截長截濶各若干 舊法 置截積加倍得一百步以原長三十二步乘之得三千二百步為實以大濶減小濶餘八步為法除之得四百步用開平方法除之得截長二十步又以濶差八步乘之得一百六十步以原長三十二步除之得截濶五步 增法 如先求濶即置倍積一百步另將濶差八步以原長三十二步除之得二分五釐以乘倍積一百步得二十五步用開平方法除之得截濶五步將五步以濶差除原長得四步乘之得截長二十步

解義 梯截勾股濶差用半斜截勾股用全者梯差在二面斜差在一面也梯截或大頭小頭皆同梯法故不再贅

圭田折半圖

中長七十五步

今有圭田長七十五步濶三十步問積若干　置長七十五步為實以濶三十步乘之得二千二百五十步折半得積一千一百二十五步

增法置濶三十步自乘得九百步以長七十五步乘之得六萬七千五百步以濶三十步除之得二千二百五十步折半得積一千一百二十五步

增法置長七十五步自乘得五千六百二十五步以濶三十步乘之得一十六萬八千七百五十步以長七十五步除之得二千二百五十步折半得積一千一百二十五步

解義　積縮長盈以縮乘盈折半得本積以七十五步自乘須成須至七十五分之三十分合積故以三十乘以七十五步除始合七十五分之三十以三十步自乘須增加至三十分之七十五分合積故以七十五乘以三十除始合三十分之七十五分備方圓三周四帰四因三帰一說也截圭小須求截長截濶之法皆本此

圭田截小頭大頭歌○圭尖倍積求截長○長乘濶除開方詳○截濶倍積亦可索○濶乘長除開方得○截大亦用倍積求○濶乘長除為間由○以減原濶自乘積○開方截濶得見矣○截濶減濶長乘之○濶除截長亦在玆

圭田截小截大圖

截積四百○五步
截濶一十八步
截長四十五步
原濶

圭截小頭法○今有圭田長七十五步濶三十步自尖頭截積四百零五步問截長截濶各若干

答法 置截積加倍得八百十步以原長七十五步乘之得六萬零七百五十步以濶三十步除之得二千零二十五步為實以開平方法除之得截長四十五步

就將截長以原濶三十步乘之得一千三百五十步為實以原長七十五步為法除之得截濶一十八步

又法 置倍積八百一十步以原濶三十步乘之得二萬四千

三百步以原長七十五步除之得三百二十四步以開平方法除之得截濶一十八步

將截濶以原長乘原濶除得截長

解義二法皆圭圖還源法也可以參悟

圭田截大頭法○今有圭田長七十五步濶三十步從大頭截積七百二十步問截長截濶各若干

翻法置截積加倍得一千四百四十步以原濶三十步乘之得四萬三千二百步為實以原長七十五步為法除之得五百七十六步再以濶三十步自乘得九百步以少減多餘三百二十四步為實以開平方法除之得截濶一十八步併原濶三十步共四十八步折半得二十四步為法除截積七百二十步得截長三十步

又法照前法得濶一十八步以減原濶三十步餘一十二步以原長七十五步乘之得九百步以原濶三十步除之得截長三十步

解義　圭田梯田相表裏梯田大小有二闊用相減餘步為闊差圭田止一闊上尖無闊如長七十五步將闊三十步減盡則原闊便是闊差故以原長原闊相乘除即同以相減闊差相乘除一理也圭田截尖仍是圭法故將倍積闊長反復乘除開方得長得闊截大頭即係梯田將倍積闊乘長除減闊自乘積開方得截闊仍是梯田截大頭得闊要求截長須得還截闊原闊求出闊差乃可得故與截上尖因長得闊因闊得長俱用乘闊原長乘除之法不同看增法相減闊差之說理自明矣○大截截圭上尖仍是截長截闊本數相乘折半得本積故倍積以原長原闊乘除開方俱可得截長橫闊截大頭則係大小闊析平以截長得積故恐來出闊差乃可得截長

圭梯互求廣縱歌○圭求中廣要思量○廣乘長除在尖長○梯求尖長在上廣○梯上乘之差除想○圭問梯長減廣餘○尖長乘之上廣除○通長可問梯下闊○上廣乘之尖除約

上圭
下梯
圖

今有上圭下梯通長一十二尺廣一十二尺八寸上截圭尖長一尺五寸問截中廣若干

(術)(法)置尖一尺五寸以下廣一十二尺

八寸乘之得一十九尺二寸為實以通長一十二尺為法除之得【中廣一尺六寸】

梯求圭尖法〇前圭梯上廣一尺六寸下廣一十二尺八寸梯長十尺零五寸問圭尖長若干 (術法)置上廣一尺六寸以梯長十尺零五寸乘之得一十六尺八寸為實另將下廣一十二尺八寸減上廣一尺六寸餘丢一十一尺二寸為法除之得【圭尖長一尺五寸】

圭求梯長法〇前圭梯尖長一尺五寸中廣一尺六寸下廣一十二尺八寸問梯長若干 (術法)置下廣一十二尺八寸減去上廣一尺六寸餘一十一尺二寸以圭長一尺五寸乘之得一十六尺八寸為實以上廣一尺六寸為法除之得【梯長十尺五寸】

圭求梯下廣法〇前圭梯通長一十二尺圭尖長一尺五寸上廣一尺六寸問梯下廣若干 (術法)置通長一十二尺以上廣一尺六寸乘之得一十九尺二寸為

實以尖長一尺五寸為法除之得梯下廣一十二尺八寸 增法置梯長十尺五寸以上廣一尺六寸乘之得一十六尺八寸以尖長一尺五寸除之得一十一尺二寸加入上廣一尺六寸得梯下廣一十二尺八寸

解義 圭求梯不外尖長中廣仍以圭法求梯求圭必二廣相減仍以梯法測

圭截勾股圖

原長五十六步

今有圭田長五十六步下廣四十四步八分從一邊截積四百零五步問截長截濶各若干 增法置截積四百零五步以原長五十六步加倍得一百一十二步乘之得四萬五千三百六十步為實以原濶四十四步八分折半得二十二步四分為法除之得二千零二十五步以開平方法除之得截長四十五步就將長四十五步以折平二十二步四分乘之得一千零八步以原長五十六步除之得截濶一十八步 增法置截積四百零五步以

原濶四十四步八分乘之得一萬八千一百四十四步為實以原長五十六步為法除之得三百二十四步以開平方除之得截濶一十八步將截濶一十八步以原長五十六步乘之得一千零八步以半濶二十二步四分除之得截長四十五步

解義　此與捋截一邊同理捋二濶以相殘差步折半圭一濶以原濶折半為法即是半差求截長濶用折半原長加倍以合原積求裁濶用原長亦用原濶即半濶加倍以合原積故皆不倍積

勾股半折圖

今有勾股田長六十步濶三十二步問積若干

答法置長六十步以濶三十二步折半得一十六步乘之得積九十六步或長折半以濶乘亦得

解義　先將濶折半或將長折半與原長濶相乘折半一也說圭田圖直分顛倒相補勾股横截顛倒相補成直或横截都成一半故筭法或長折半或濶折半皆可合也

勾股直截圖

今有勾股田長六十步闊三十二步從一邊截積五百四十步問截長截闊各若干。術曰置截積五百四十步以原長六十步加倍得一百二十步乘之得六萬四千八百步以原闊三十二步除之得二千零二十五步為實以開平方法除之得截長四十五步

另將截積以原闊三十二步加倍得六十四步乘之得三萬四千五百六十步以原長六十步除之得五百七十六步為實以開平方法除之得截闊二十四步

解義此與圭田截勾股同法第圭闊折半即勾股斜差在一面闊不倍折半求截長倍原長求截闊倍截闊皆是倍用乘法本積止倍積一半稍長闊一乘之仍同原長闊乘倍積一理也

上勾股下斜圖

上圖以斜問勾股〇今有斜田上廣八步下廣一十八步長四十步問上

接勾股長若干　增術置上廣下廣對減餘十步以除斜長四十步得四步以
乘上濶八步得勾股尖長三十二步　如以通長下濶從上尖截三十二步問
上廣即置下廣一十八步以通長七十二步除之得二分五厘為法乘上尖三十二步得中
廣八步　如以尖長中廣問下斜田長及下廣即置中廣八步以尖長三十
二步除之得二分五厘置尖長三十二步以中廣八步除之得四步為法以尖長中廣并
下廣問斜長即將下廣一十八步減上廣餘十步以四因之得斜長四十步問
下廣將斜長四十步以二分五厘乘之得十步加中廣八步得下廣一十八步　下
濶問尖長中廣斜長下廣將通長六十步以下廣三十二步除之得一步八分七厘五毫
以四乘之得七步五分是濶差四步長七步五分又將濶三十二步以六十步除之得五分三厘
三毫不盡以三通之得一步六分是長三步濶差一步六分問尖長則將中廣八步以七步五分

乘之得六十步以四步除之得（尖長一十五步）　問中廣則將尖長一十五步以一步六分乘之得二十四步以三步歸之得（中廣八步）　問下廣則將斜長四十五步以一步六分乘之以三步除之得二十四步加中廣八步得（下廣三十二步）　問斜長則將下廣减中廣餘二十四步以七步五分乘之以四步除之得（斜長四十五步）

解義　此與圭梯求尖長中廣梯長下廣皆同法可求因凡用長除闊乘長乘闊除皆是長得闊若干闊得長若干交互乘除以合其數故淺列此二圖互明使人曉然即解前法並腳也闊下廣將斜長乘除得數漫加中廣者以斜長截去上尖已殘去中廣差數故加入紛合下廣以積求截長截闊皆同圭法故不再贅

斜尖折半圖

今有斜尖田長三十步尖闊一十六步問積若干

（補法）置長三十步以闊一十六步乘之得四百八十步　折半得（積二百四十步）

解義 斜尖田雖尖偏兩邊長短不一然以濶為主長與長折半短與短折半與自其差今分作二段以濶乘二十步折半得一百六十步以濶乘十步折半得八十步仍合原田積也

三角 問徑 積圖

中徑十二步

今有三角田每面一十四步問中徑及積若干

圖法 三角徑得面七分之六以面求徑六因七歸以徑求面七因六歸置面一十四步以六因之得八十四步以七歸之得中徑一十二步以乘面一十四步得一百六十八步折半得積八十四步

解義 三角田將六因七歸得徑面得七步徑得六步然以勾股法求之則面七步徑六步實六重不盡徑六步面六步九分有零以圓容三角考之則又面七徑六為準解詳後圓容三角下

梭形 田圖

中長五十二步 中廣一十二步

今有梭田中長五十二步中廣一十二步問積若干

圖法 置中長五十二步以中廣一十二步乘之得六百二十四步折半得

積三百一十二步

解義：欖形將中十字分之便是四小勾股細轉方配成一直田欵用折半法與勾股等田同

今有欖形田中長四十步中濶一十六步問積若干

法曰：置中長四十步另將濶一十六步折半得八步併之得四十八步以半濶八步乘之得積三百八十四步

欖形田圖

中長四十步

中濶一十六步

解義：欖田形中分即二細半弧矢共以半濶加長以半濶乘訖以矢加弦以矢乘即弧矢法弧矢弦加矢折半以矢乘是一弧矢積不折半以矢乘併二弧矢即欖田全積也

眉形田積圖

上周四十步

中徑八步

下周三十步

今有眉形田上周四十步下周三十步中徑八步問積若干

法曰：置上下二周相併得七十步折半得三十五步為實另置中徑八步折半得四步為法除之得積一百四十步

解義有田如弓背如弧矢形而內周亦彎內外周折半如月仰直比二尖大頭相同故用中徑折半乘之

牛角田圖

今有牛角田自尖至下濶中心依弓長十七步五分濶八步問積若干

舊法置中長一十七步五分以濶八步折半得四步乘之得積七十步

解義牛角田即眉田之半取中弓一長從兩內外弓長合併折半一也

車輞田形圖

今有車輞形田外弓長四十五步內弓長三十六步濶六步問積若干

舊法置外長內長併之得八十一步折半得四十步五分以徑六步乘之得積二百四十三步

解義車輞田如同割截圓田或割三分四分之一或割五分六分之一皆如圓田內周外周折半之法以徑乘之圓田徑一步外周比內周多六步前圖如四分圓田徑一步外周多一步五分徑[illegible]則五車輞徑長則為肩而一也

今有扇形田兩斜直各十三步問積若干

增法置斜長一十三步另將斜長折半得六步五分相併共一十九步五分為實以折半六步五分為法乘之得積一百二十六步七分五厘

全扇形田圖

解義扇形田乃圓田四分之一即整半圓弧矢之半求積亦即弧矢法加弧矢全弦得二十六步加矢十三步共三十九步折半得半矢半弦一十九步五分以半長加全長亦一十九步五分合弧矢半弦半矢以全矢十三步乘得弧矢積以半矢六步五分乘得扇田積

三廣田形圖

今有三廣田南廣二十六步北廣五十四步中廣一十八步正長八十六步問積若干

積法置南北二廣共八十步折半得四十步加中廣一十八步共五十八步再折半得二十九步以乘長八十六步得積二千四百九十四步

又法倍中廣得三十六步加南北二廣共一百一十六步以四歸之得二十九步以乘長八十六步亦得

解義三廣田或大廣居中如南廣二十六步北廣一十八步中廣五十四步與前法同其然須中濶爲正長之中兩頭併去均停乃可以三廣法算蓋兩頭廣雖大小不一而去中均停則可以三廣數平或大廣長小廣短則積差少大廣短小廣長則積差多須截二段作二梯田算爲得

二梯均平圖

通長六十步

積一千五百步

長廣各異二梯圖

通長六十步

今有並梯田中濶三十步兩頭去中均停廣各二十步問積若干 術曰 法 置長六十步另以中廣三十步加兩頭廣同止作二十步共五十步折半得二十五步乘長六十步得

解義此兩頭廣同不用再折故只用二廣與四廣同無濶兩長同與不同皆可用此四廣用

今有長廣各異並梯田南廣三十二步北廣四十四步中廣五十二步通長六十步內中濶至南廣二十步中廣至北廣四十步問積若干 術曰 法 置南濶十二

二步加中濶二十五步共八十四步折半得四十二步以中濶至南濶二十步乘之得八百四十步又將中濶五十二步加北濶四十四步共九十六步折半得四十八步以中濶至北濶四十步乘之得一千九百二十步合二段共得積二千七百六十步

解義此即二頭濶既不同長又不一若作三廣筭則折濶得四十五步以長六十步乘之得二千七百步比原積少六十步乃小濶短大濶長之故也若大濶短小濶長則積又差多恐用者差誤并錯必多故設圖此

長濶四不等圖

截直長四十步

勾長五十步

今有四面長濶各不等田右正長五十步左斜尖橫直截直長四十步下截勾股濶十步長三十二步上正濶二十八步豎直截下右勾股長四十步濶四步問共積若干

答述先置截直田濶二十八步乘長四十步得積一千一百二十步又置左勾股長四十步以勾四步折半二步乘之得積八十步再置下勾股

長三十二步以勾濶十步折半五步乘之得積一百六十步　三共併積一千三百六十二步

或截一勾股餘以截斜田筭亦得（古法以斜弦丈量差積必多　九遇歪斜不等須截量為正）

今有彎斜五面各不等截分二段四角斜長三十六步徑至斜中上十二步八分下十五步二分三角長二十二步徑一十二步問積若干

答法　先置四角斜長三十六步併二徑共二十八步折半得一十四步乘之得積五百零四步

又置三角長二十二步以徑一十二步乘之折半得積一百三十二步二段共併積六百三十六步

五不等分四角三角圖

解義　如田以斜量多差今四角以斜長斜徑量者四角之形与梭田等如二尖相併二徑雖長短不一相併折半即是長亦得半短亦得半以長乘之即是以長各乘二主半徑分數无差乃田坐山面江淮河岸及崖坡遇亙等処必多弯缺歪斜難取方直須相度形勢以

爲補缺或取句股圭角以兵奇形以法求之並併列諸圖使人知其較下皆類此

分截倒順二圭圖

六角形分截四缺圖

各按圭法截算合併得積

分截三圭求積圖

一四角一圭一斜圭一弧矢各照法算

八角形分截六缺圖

解義各圖通是一理無非以盈補缺偏遇彎曲還多只須多分片段自可推準無誤

圖內二圭四併亦係四角同兩夫不對故分三圭其

八角形至彎斜然因形分截俱可求推詳況可悟其餘

勾股弧矢分截圖

解義　前所形田是弧矢之半故可以弧矢法算此猶大半弧矢難以弦矢法求故須分截求之

直田弧矢分算

解義　此帶鼓形兩綴圓田截去二細半弧矢算法當照圓田截中段法算或分截作一直二弧矢亦无不可

三圭相併圖

二圭相併圖

弧斜相併圖

勾斜相併圖

牛角減弧矢圖

解義　以上諸圖僅舉一二以例其餘大抵相形截分有盈有缺測酌量以盈滿無無盈測時所缺其除如牛角或弧矢先算牛角全積次滑內缺弧矢積算而疵除無旋方圓等田有缺皆可剪非只以勾股圭弧等形截而算之或浒或疵以求定積其他形狀不必盡列乛至地畝步分欢有畸零不不須用帶分母子法約而合之法俱載衰分章通分子母法下

○以上備列諸形推晰截段已極詳盡然諸數以方圓為母測驗以勾

股為定須考稽相容之數後可研索發微免於舛誤故纂圖於後

方圓說○問方問斜古法用方五斜七然以方五求斜則斜七有餘以斜七求方則方五不足此楊輝用開方法求方求斜理明以合本積張丘建用方五斜七難以合數○問圓古法圓徑一尺周圍三尺(徽)(術)圓周一百五十七尺徑五十尺周求徑以五十因周用一百五十七除之徑求周以一百五十七乘徑以五十除之(徽)(術)周二十二尺徑七尺(密)(術)周百尺徑三十二尺

程寅梁總論曰習筭者咸以方五斜七徑一圍三為准殊不知方五則斜七有奇徑一則圍三有奇故古人立法有勾三股四弦五之論而不能使方斜為一定之法有割圓矢弦之論而不能使方圓為一定之法九

平圓一十二立圓三十六皆不過取其大較耳或曰密率徑七圓二十二微率徑五十周一百五十七何不取二術酌之以立一定之法曰二術以圓為方以方為圓非不可但其還源與原數不同數多則散漫難收故筭曆者止用徑一圍三亦勢之不得已也或曰曆家以徑一圍三之說立法數似未精然郭守敬之法至今行之無弊何也曰曆家以萬分為度杪以下皆不録縱有小差不出於一度之中况所謂黄赤道弧背度乃測驗而得止以徑一圍三定其平差立差耳雖然行之日久安保其不差也竊嘗思之天地之道陰陽而已方圓天地也方象法地靜而有質故可以象數求圓象法天動而無形故不可以象數求方體本靜而中斜者乃動而生陽圓體本動而中心之徑乃靜而根陰互舉陽

而內陰地外陰而內陽陰陽交錯而萬物化生其機正合於畸零不齊之處上智不能測巧曆不能盡者也向使天地之道俱可以限量求之則化機有盡而不能生萬物矣

拙翁論曰方中之徑為陰中包陽圓中之徑為陽中包陰以五七一三為法方與徑不足斜與周有餘陰常處縮陽常處盈此天地至理也化無方微惟有畸零天地之數所以不測若簡直可了則天地亦易窮矣惟是天地之數無盡古人立法以盡之非真能盡之也可盡者以可盡盡之不可盡者立法以盡其無盡則不可盡者亦盡是數法之多畸零亦勢之不得不然也蓋數至畸零難齊雖推索至終究難窮盡如歷年之有歲差巧曆亦難齊一但相差微者立法以減其差如後圖斜七方五

步九分五厘積數仍多二毫五絲即以此為法為自乘積差以合原積等類是也相差遠者加位以求其合縱分晰難盡務宜損至微期與本數不謬猶曆家萬分為度雖有小差不出一度之中如圓容六角六角容圓七分之六不合則加分厘毫絲以合之是也若必以數多散漫為疑一槩拘以成格是強數就法非以法推數究之舛錯已甚又何以為數之準乎且筭家設絲忽微纖等位正以推究無盡之數使數位不宜多加則絲忽等可不立矣至圓法徑一周三雖云周三有奇然以之求圓數無差失易曰天圓圓三三天數也故筭曆不外一三為則此無俟紛鑿以滋疑碎故仍以古法為正蓋差必不合合則無差圓法徑周縱有微差亦同圓與六角雖微差難盡究與本積無妨也

大方容小方圖

今有大方面七步內容斜小方問積得大方若干答

術置大方面七步自乘得大方積四十九步另置小方斜即大方面七步自乘得四十九步折半得小方積二十四步五分（小方積得

（大方積二分之一）

解義

內容一小斜方外四角湊合成放一小方內方得大方一半外四角一半斷而易明外方自乘得積內方斜自乘折半得小方積毫忽無差然若以小方面四步九分五壘自乘得二十四步五分零二毫五系比原積仍多二毫五系是斜七步方仍不足四步九分五壘若再加位求合則數位縱多且雖分斷壘盡歸發忽之數以一為源如一個斜七步一個方四步九分五壘積差二毫五乘即以所差為法已數方面若干步自乘之積每二十四步五分內多二毫五來以所差照步減除以合正積另以正積開方得方面細術分數乘無差成之失〇如以斜七求方斜七步方四步九分五壘之步自乘得四十九步方四步九分五壘自乘得二十四步五分合斜積一半外多二毫五系就將方自乘積以二十四步除之以二毫五系乘之得數以減乘積得正積另將正積開方得方而〇加以方五五求斜法

五步斜七步零七釐一毫一系方五自乘得二十五步斜加倍自乘得五十步以七步零七釐一毫一系自乘得五十步零四系五忽五微二纖一沙就將斜自乘積以五十步除之以四系五忽五微二纖一沙乘之以減乘積得正積另將正積開方得斜長各具圖詳于後

斜七較方圖

今有方田斜長四十二步問積及方面各若干

以斜數 置斜長四十二步自乘得一千七百六十四步折半得積八百八十二步以開方法求之得方面二十九步六分九釐八毫四絲八忽四微八纖不盡

以方數 置斜長四十二步以方法四步九分五釐乘之得二百零七步九分以斜長七步除之得方法二十九步七分自乘得八百八十二步零九釐却以二十四步五分除之得三十六步以二毫五系乘之得九釐以減自乘積得方田正積八百八十二步合斜自乘一半之積

解義 斜七步方得四步九分四釐九毫七系四忽七微四纖六沙八塵三埃零五渺不盡依積以方法求用減法合積無差若求步

而當以斜積或半開方求之為的不然不待此五步為率差失懸絶

即以四步九分五釐求之方面步多則積微成多亦失求不可為準

方五較斜圖

今有方田每面長三十步問斜長并積若干。[illegible]方

自乘得本積加倍得斜積開方得斜長此正法也 如以斜較

積 置方田三十步以斜法七步零七釐一毫一系乘之得二百一十二步一分三釐三毫以方步五歸之得斜法四十二步四分二釐六毫六系五微六沙郤將積一千八百步以五十步除之得三十六步以四系五忽五微二微一沙乘之即得所多一釐六毫三系八忽七微五微六沙之數以減自乘之積得斜本積一千八百步以開方法求之得斜長四十二步四分二釐六毫四絲零六微八纖七沙不

(盡)

解義每方五步斜得七步零七釐一毫零六忽七微八纖一沙 入與六沙五纖四六五二四四不不細數外諍歸奇故以七

方五斜七較藏圖

叅七釐一毫一系約畧為法求用藏法合積仍用開方見斜長

方法六五三十步

實法方五自乘二十五步加倍得斜積該五十步以斜七自乘止四十九步是每四十九步少一步如以方求斜將方三十步自乘得九百步加倍斜該一千八百步以斜四十二步自乘得一千七百六十四步就將積以四十九步歸之得三十六步併入一千七百六十四步得斜積一千八百步○斜七步自乘得四十九步折半得方積該二十四步五分以方五步自乘得二十五步是每二十五步多五分照上圖以斜求方置斜四十二步自乘得一千七百六十四步折半該方積八百八十二步以方三十步自乘得九百步就將積以二十五步除之得三十六步以每多五分乘之得一十八步以藏九百步得方積八百八十二步

解義方五斜七古人皆舉其大槩而言俾後人變通測[illegible]學者[illegible]不察數之合否膠柱成說遂至失之毫釐積謬千里教者[illegible]

明俾人共曉

方內容圓

今有方內容圓方長十步問圓積四隅積各若干　答

術置方十步自乘得方積一百步三因四歸得圓積七十五步四隅長各五步折半得二步五分自乘得一隅積六步二分五厘四隅共積二十五步圓得方四分之三四隅得圓三分之一

解義易曉　以十分為圓圓七分五厘四隅二分五厘列患四分之三俾人

方圓弧隅容較圖

此圖方內容圓〻內又容方圓內方外容弧矢方內圓外容四隅以法互相考較庶無差誤

求方內容圓法○今有方面五十六步問內圓及四隅積各若干　答　術置方面五十六步自乘得方積

三千一百三十六步三因四歸得圓積二千三百五十二步四隅每隅兩面長俱二十八步俱折半得一十四步自乘得一隅積一百九十六步以四隅因之得共隅積七百八十四步併圓積共合方積

解義　凡斜尖勾股等形俱以兩面長潤相乘折半得積或以一面折半一面不折半相乘亦合折半之積圭四中徑下廣相乘折半斜河中分作二勾股以長潤相乘折半同周隅內虛兩面俱折半自乃是斜尖形之半試將內方潤積作大方內斜方隅內即與弧矢相對一弧矢得一百九十六步一隅亦一百九十六步小弧斜尖一半此毫忽無差也

求圓內容方法　今有圓徑五十六步積二千三百五十二步問內容方面及積各若干

法　置圓徑即內方斜長五十六步以方法四步九分五釐乘之得二千七百七十二步以斜法七步除之得內方面法三十九步六分自乘得一千五百六十八步一分六釐以二十四步三分除之得六十四步以二毫五釐乘之得一分六釐以減自乘積得內方正

積一千五百六十八步合圓田三分之二另將積開方得內方面三十
九步五分九厘七毫九絲七忽不盡　或以斜自乘折半得積開方求
方面亦便

求圓內方外容弧矢法○今有圓徑五十六步內容小方問圓內方外四
弧矢積及矢弦各若干　捷法用前斜求內方面法得弦長法三十九步六分
折半得一十九步八分自乘得三百九十二步零四厘以二十四步五分除之二毫五絲乘之得多四厘
另置圓徑五十六步減弦長法三十九步六分餘一十六步四分折半得矢法八步二分以乘弦
長併一矢長餘徑四十七步八分得三百九十一步九分六厘加入半弦自乘所多四厘共三百
九十二步與半徑自乘同卻置弦長法三十九步六分加矢長法八步二分共四十七步八分折
半得二十三步九分以矢法八步二分乘之得一百九十五步九分八厘另將半徑所多四厘折半

得二釐加入得一弧矢積一百九十六步以四弧矢因之得共積七百八十四步合內方二分之一若求弦長將內方積開方得弦三十九步五分九釐七毫九絲七忽不盡將圓徑減弦長餘折半得矢闊八步二分零一毫零一忽不盡弧矢積併內方積合圓積

方斜五七誤差圖

解義　將大方分作四分四隅弧矢各得四分之一圓得四分之三內方得四分之二圓內正方同方內斜方得大方一半加此五相考較毫忽無差方長斜長弦長矢濶洪言法若因數有畸零雖盡住多則術減法繁故約冪大縣無差之數立為求法或或多補以合象積至求方求斜求弦求矢熟法作實恐步數加多積差亦多其俱用開方為準舊泥方五斜七作實併錯珠甚今昇列于後免誤後學

舊法截圓徑五十六步內容方面四十步自乘得一千六百步弧弦四十步加矢折半得二十四步以矢八步乘之得一百九十二步四弧矢共積七百六十八步併內方合圓田積二千三百五十二步多一十六步其多

者何也是弦自乘得一千六百步毎百步中多一步該多一十六步或每弦矢內減去四步只該一百八十八步因是細半箇圓田弦長矢短故虛數多不准

拙翁辨曰此即前圖步數也圓容方內方得圓三分之二圓積二千三百五十二步二因三歸方積該一千五百六十八步以四十步自乘得一千六百步多三十二步四弧矢得圓三分之一應內方二分之一該七百八十四步今四弧矢共七百六十八步少一十六步其多少者何也正泥方五斜七之差也斜五十六步是八個七以八乘五故得方四十步斜七自乘四十九步折半得方積該二十四步五分方五自乘得二十五步正前所云二十五步內差多五分之說也將一千六百步以二

十五步除之得六十四步以五分乘之得三十二步此即方自乘多數也弦差長則矢差短故每弧矢少四步四弧矢共少一十六步將內方所多三十二步折半得一十六步以四弧矢歸之每弧矢加補四步乃合正積循前法半弦自乘所多之數折半補一弧矢合積全弦自乘所多之數折半補四弧矢合積一理此舊法謂多十六步乃內方及弧矢合筭此圓田積少十六步其實方積差多三十二步不止十六步也弧矢積尚少十六步乃欲于每弧矢再去四步合數豈不悞後學哉以此思之知方五斜七乃古人立法之大槩膠柱刻舟失不攻自破矣又謂細半弧矢〻短弦長數虛不准將弧矢一法止可筭半圓過此則無用矣又何用立弧矢法乎

方容圓錠二欖圖

錠長一十四步

今有方十四步內容圓〻內容一錠二欖腳各積若干

[illegible]法置方自乘得方積一百九十六步三因四歸得、圓積一百四十七步另置錠一十四步再以長折半七步乘之

得錠積九十八步又以錠長一十四步用斜求方法以四步九分五釐乘之以七步除之得錠長濶各九步九分以減一十四步餘得欖濶四步一分置錠尖長即欖長九步九分

加欖濶一半二步零五釐共一十一步九分五釐以半濶二步零五釐乘之得一欖積二十四步四分九釐七毫五絲另將錠尖長九步九分自乘得九十八步零一釐以二十四步五分除之二毫五絲

乘之得多釐‥就將釐‥以四歸之得二毫五絲加入欖積得正欖積二十四步五分以二欖因之得共積四十九步併錠積合圓積錠積得圓三分之二得外方二分之一二欖積得圓三分之一得錠二分之一

詳義

以說上下二弧矢補腰缺二弧矢邊合圖內所容之方用弦長以半長乘之得積從斜自乘折半即以斜求方之法也此至准無差覽積又用方法自乘多數補之普方法自乘每二十四步五分多二毫五系四弧矢少多數之一半故前圓內容方容弧將方法自乘多積折半分補四弧矢殘田係二弧矢相併故不折以四帰之以補一攬之積此亦至准無差舊圖用弓五斜七將十四步五田七帰得弦矢長十步以上下二弧補腰缺用方法十步自乘得一百步多積二步稍田長十步加半潤二步以潤四步乘之得二價積四十八步少積一步俱不合三分之二之一本積乃以揭美比圓積步謂係十步自乘得百步多一步覓不相差懸絕會併改正

方容八角圖

今有方一十六步九分內容八角問八角面餘方八角積餘積各若干

增法 置方面一十六步九分另置方法四步九分五釐以通二角得九步九分置斜七步以通正面得七步是通長餘方九步九分六角面七步即置六角中段正長一十六步九分以角面七步乘之得一百一十八步三分又置角長一十六步九分加旁角面七步共二十三步九分折半得一十一步九分五釐却以

餘方面四步九分五釐乘之得五十九步一分五釐二毫五絲加倍得二面積共一百十八步三分零五毫

併中段積得六角積二百三十六步六分零五毫又置餘方隅各四步九分五釐自乘得二十四步五分零二毫五絲折半得一隅積一十二步二分五釐一毫二絲五忽以四因之得四隅共積四十九步零五毫併六角積共二百八十五步六分一釐另置通方十六步九分自乘得方積二百八十五步六分一釐合六角四隅積

解義 蓋斷方面十七步所面七步仍以方五斜七作算通方積與八角四隅併積外二百八十九步算積亦合其合者角也角隅分數總從方面共數分定通算分算自皆得合但方十七步以七因五歸得斜長二十三步八分自乘得五百六十六步四分四釐折半得二百八十三步二分二釐每一半較方自乘二百八十九步少五步七分八釐相差已遠今改正以斜七步方四步九分五釐立法算積亦合然斜七步方四步九分五釐算積每二十四步五分內仍多二毫五絲今隅自乘得二十四步五分零二毫五絲零數自宜除去[illegible]除去又與方積不合且隅面差多角面亦有多數在內以此算積[illegible]差今更立圖較減于后須知止于方斜相較積可以四步九分五[illegible]

主法另將積每二十四步五分內減除二毫五絲以合本積若方容八角餘方差角面亦差且不可以方斜之法減除故再加較減使知方容八角在較算方面角面不在積之相合逐為准定庶不貽誤後人

方容八角角面七步圖

今有方容八角計角面七步問通方長斜長餘方長各若干方積餘方隅積斜積各若干 答

法置八角斜面正面同即隅小方之斜七步自乘得四十九步折半得二十四步五分以開平方法除之得餘方長四步九分四釐九毫七絲四忽七微四纖六沙八塵三埃零五漠八三二六七不盡截作七一併二餘方加角面七步得方面長一十六步八分九釐九毫四絲九忽四微九纖三沙六塵六埃一渺一漠六六五三四約二即置方面自乘得方積二百八十五

步五分九釐二毫九絲二忽九微一纖一沙二塵五埃六渺三漠三一四七不盡另置角中段長一十六步八分九釐九毫有零以角面七步乘之得百一十八步一分九釐六毫四絲六忽四微五纖五沙六塵二埃八渺一漠六五七三九不盡又置角中長併加旁長即旁角面七步共二十三步八分九釐九毫四絲九忽四微九纖三沙六塵六埃一渺一漠六六五三四約二以餘方四步九分四釐九毫七絲四忽七微四纖有零乘之得一百一十八步二分九釐六毫四絲六忽四微五纖五沙六塵二埃八渺一漠六五七三九不盡即兩旁二段共積併角中段共得八角積二百三十六步五分九釐二毫九絲二忽九微一纖一沙二塵五埃六渺三漠三一四七不盡又置餘方長四步九分四釐九毫七絲四忽七微四纖有零自乘得二十四步五分折半得餘方積一十二步二分五釐以四因之得四隅共餘方積四十九步併八角積合方積又將方面一十六步有零以七步因之以四步九分四釐九毫七絲四忽七微四纖六沙八塵二埃零五漠八二二六七約一除之

得隅斜二十三步八分九釐九毫四絲九忽四微九纖三沙六塵六埃一渺一漠六六五三四二自乘得斜積五百七十一步一分八釐五毫八絲五忽八微二纖二沙五塵一埃二渺六漠六二不盡合方二倍積

解義

前較方斜方用四步九分五釐立法將方積以二毫五絲乘之
二十四步五分除之得積正數此又較積分數加位算者前係
整方整斜可以法減方容八所四隅即係小方中為有角面七步多
數不可以前法減退且以求方面餘方面係差也方九斜多二毫五
絲者即開方兩廉一隅多此之亥如餘方自乘該積二十四步五分
除四步自乘得一十六步餘外二廉一隅此該九分四釐九毫之絲
四忽七微四微六沙八塵三埃零五漠八三二六七一一隅自乘得
九分零二毫零二忽零二纖五沙三塵五埃五渺三漠二七六五七
不盡以九分五釐自乘得九分零二毫五絲多四絲七忽九微七纖
四沙六塵四埃四渺六漠七二三四二不盡兩廉較九分五釐每步
多二絲五忽二微五纖三沙一塵六埃九渺四漠二九六七三不盡
以兩面各四步共八步乘之多二毫零二忽零二纖五沙三塵五埃
五渺三漠七三三八六不者合前一隅所多共二毫五絲也餘方雖
係半方兩廉一隅俱全每隅多二毫五絲四隅共多一釐方面每面

係二餘方四面俱有多數粉每步多數以角面七步四面共二廿八
步乘之共多七要零七忽零八纖八沙七塵四埃三渺八漠零六八
四四不言救須減積加依乃合本數目此加位械積之數乃開方逡
得之王數開方不足自應殘積加位以此知徵淺無歸難于還銖之
疑未為是也至積之入補然於難盡乃數之微莊終無可盡弟莫位
全形滇已在希微有無之間下此雜有各目世多不用今於漠淺更
加兩五邊乃截止推算縱積未纖多增歸不全磯位亦可以的准無
件共角兩邊正長加零長折半以餘方乘得一邊積不折半以餘方
乘即兩邊共積八角中段積與兩邊積均平無多少者中段長是兩
個餘方一個角面以角面乘是兩個餘方角兩相乘一個角兩自乘
兩邊長有長加一角面是兩個角面兩個餘方面以餘方乘亦是兩
個餘方角面相乘與中代同入有兩個餘方自乘合中段一角面自
乘積二方積合一斜積試將八角并字分段正段中心方七步自乘
得四十九步知一斜積上下合餘角兩長餘方面潤二段四隅四半
方合成二小方每方自乘得二十四步五分合斜積一半二方共得
四十九步兩步亦係角面長餘方面潤二段合一無差通斜長二十
三步入分九原九要有零比通方長盤多七步無零餘者八角八面
皆與通方同長以斜計面尖各多一小方之半斜三步五分兩尖共
多一小方之盤斜共得七步也大抵方斜術環相倚斜七步方得四
步九分有零若以斜作方七步則七步方之斜得二個小方之長塵

將兩尖作二小方各斜七步共一十四步中心方七步斜該二個小
方長九步八分九釐九毫四絲九忽四微九纖三沙六塵六埃一渺
一須六六五四三二一合併即通斜之長無差斜自乘得方二倍積乃
比方多方外數二廉一隅將方長以二廉共步乘之又將一隅自乘
合二數併方角乘數即斜角乘之積無二斗即前方內容小斜方得
大方一半小方斜即大方面自乘得小方二倍明自易曉

方容八角餘方面五步圖

令有方容八角四隅餘方各五步問角面長方
面長斜長各若干方積角積餘方隅積斜積各
若干　解法置餘方五步即小方面八角斜面即
小方之斜得(角面)(七)(步)(零)(七)(釐)(一)(毫)(零)(六)(忽)(七)
(微)(八)(纖)(一)(沙)(一)(塵)(八)(埃)(六)(渺)(五)(漠)(四)(六)(五)(二)(四)
(四)(不盡截作)二五併加二餘方共十步得(方面)(一)(十)(七)(步)(零)(七)(釐)(一)(毫)(零)
(六)(忽)七(微)八(纖)一(沙)(一)(塵)(八)(埃)(六)(渺)(五)(漠)(四)(六)(五)(二)(粉)(五)自乘得(方積)

二百九十一步四分二釐一毫三絲五忽六微二纖三沙七塵三埃零
九漠不盡另置角中長一十七步零七釐一毫有零以角面七步零七釐有零乘之得一百二十
步零七分一釐零六絲七忽八微一綫一沙八塵六埃五渺四漠五一一一六不盡又置中長加旁角面長得二十
四步一分四釐二毫一絲三忽五微六綫二沙三塵七埃三渺零九三零五以餘方五步乘之得兩旁積一百二十
步零七分一釐零六絲七忽八微一纖一沙八塵六埃五渺四漠六五二五併角中段得八角積二百四十
一步四分二釐一毫三絲五忽六微二纖三沙七塵三埃零九漠不盡
餘方五步自乘得二十五步折半得一餘方積一十二步五分四因得四隅共
五十步併入八角積與通方積合另將方面以角面七步有零乘之五步歸之得
通斜長二十四步一分四釐二毫一絲三忽五微六纖二沙三塵七埃
三渺零九三零五自乘得斜積五百八十二步八分四釐二毫七絲一

忽二微四纖七沙四塵六埃一渺八漠不盡

解義　上是以角面七步求餘方不足十七步此是以餘方五步宗角面通方十七步有零上圓八角中段積與兩旁共積均平是漢位以下兩旁積較中段微多者乃角面來位二四四截作二五中旁角面能方各其截就多數微有參差也然所差俱在漢位以下此無病相較大數漢後仍加以五位立算者以此故也

圓方容圭斜圖

方四較方

今有圓內容方方內容四圭圓徑五十六步問圭長及中徑并積若干

法曰　置方斜即圓徑五十六步折半得圭斜二十八步自乘得七百八十四步折半得三百九十二步以開平方法求之得圭徑法一十九步八分加倍得圭濶法三十九步六分相乘得七百八十四步零八釐仍用二十四步五六除之二毫五絲乘之減去差多八釐餘折半得一圭積三百九十二步每一圭得內方四分之一得圓六分之一得一弧矢三

(分之二)

解義 內方容圭即將圓四十字分錯兩尖對處得圭長即是方面此中心爲圭尖得斜長一半自乘折半用開方得圭徑即半方面此以圭斜爲弦半面及徑爲勾股測之也雖以勾股爲準故復列此兩反覆推驗庶可洞了無惑

圖容六角圖

今有圓徑四十步內容六角問六角面及長併六角積六弧矢積各若干

(增法)置圓徑長四十步以六角正長得圓徑八分七厘六毫三系七忽九微六纖截就法乘之得(內六角正長)(三十五步零五厘五毫一系八忽四微)另置圓周一百二十步以六歸之得六角一面弧背二十步以六角面即弧弦得弧背九分六厘三毫二系四忽二微一纖截就法乘之得(六角面即弧弦一十九步二分六厘四毫八絲四忽二微)截卻

將六角尖長即圓徑四十步減角面闊一十九步二分六厘四毫八系四忽二微餘二十步零七分三

五毫一系五忽八微折半得十步零三分六釐七毫五系七忽九微加入角面一十九步二分六釐四毫八系四忽二微得二十九步六分三釐二毫四絲二忽一微以正長三十五步零五釐五毫一系八忽四微乘之得六角積一千零三十八步七分六釐九毫九絲七忽零另將圓徑四十步減正長三十五步零五釐五毫一系八忽口微餘四步九分四釐四毫八系一忽六微折半得弧矢二步四分七釐二毫四系零八微加弦即角面折半得十步零八分六釐八毫六系二忽五微以矢乘之得一弧矢積二十六步八分七釐一毫六絲七忽三纖九沙九塵以六弧矢因之得六弧矢共積一百六十一步二分三釐零五忽二微三纖四塵併六角積合圓田積外多二忽零六角得圓積七分之六零五九四九一三約五

解義

因徑求角長因弧背求弧弦俱言截就法者因各有不盡之數故于沙塵微數不復再推截而就法以求大數無誤則相差忽微無隔分數亦數矣雖盡立法盡數之意六角得圓七分之六不盡後云約五圓數不盡故約累截止以便測驗也舊法外羨甚違是後辨盡

段弦徑五較圖

增法 此以角面角長斜長用勾股法考數

置斜長四十步　如弦自乘得一千六百

步　另置角正長三十五步零五釐五毫一系八忽四微　自乘得一千二百二十八步

八分六釐五毫九系零　又置角面即弧弦一十九步二分六釐四毫八系四忽二微　自

乘得三百七十一步一分三釐四毫一系零　(併二數合斜自乘一千六百步)　系多不尽

增法 此以弧矢法用矢求餘徑斯半弦角乘考較　置弧弦折半得九步六分三釐二毫四系二忽一微　自乘得

九十二步七分八釐三毫五系三忽四微零　另置圓徑四十步　減矢二步四分七釐二毫四系零八微　得餘徑

三十七步五分二釐七毫五系九忽二微　以矢乘之得九十二步七分八釐三毫五系一忽八微零

解義 筱六角中長方一段如一五田用角長如股面長如勾斜長加弦折之再以六面一面弧矢半弦白乘矢乘餘徑較之二法五

較合竊乃可得角長角面清數其仍有零餘減差則較就法内各有多仗之繊沙亦内七若如蘊法謂六角得圓七分之六則六弧矢寫

渋圓七系之一得圓積以七等之六弧矢應得一百七十一步四分行零合六孤矢併茲止一百六十一步有零宜不相差遠甚

六角容圓圖

今有六角面各二十步問角正長斜長併容圓積餘角積各若干

法曰六角面得六角斜長四分八釐一毫六系二忽一微零五沙置角面二十步以四分八釐一毫六系二忽一微零五沙為法除之得斜長四十一步五分二釐六毫四絲二忽四微二纖另置斜長四十一步五分二釐六毫四系二忽四微二纖以角正長得斜長八分七釐六毫三系七忽九微為法乘之得角正長三十六步三分九釐二毫九絲一忽一微却置斜長四十一步五分二釐六毫四系二忽四微二纖減角面二十步餘折半加入面長共三十步零七分六釐三毫二系一忽二微一纖以角正長三十六步三分九釐二毫九系一忽一微乘之得六角積一千一百一十九步五分六釐二毫八絲四忽另置斜長減圓徑即角正長三十六步三分九釐二毫九系一忽一微餘五步一分三釐三毫五系一忽三微五纖折半得餘角尖長二步五分六釐六毫七系五忽六微六纖幷置圓徑即角正長

三十六步三分九厘二毫九系一忽一微減角面步二十餘折半得八步一分九厘六毫四系五忽五微五先却以餘角尖長乘之得每餘角積二十一步零三厘八毫三絲零六微二纖五沙零以六餘角因之得六餘角積一百二十六步二分二厘九毫八絲三忽七微五纖零併圓積九百九十三步三分三釐二毫九絲七忽八微二纖零合六角全積差二忽零六角容圓八分之七零九八不盡

衍義 小餘角將圓徑減入面餘折半者乃中減角正長一面之餘徑也以餘角長乘猶圓田以弧矢乘餘徑乃一形自具一數此自然之可測也然餘角并圓積比六角積仍少二忽零者則截就之法原有截加微差在內也

舊法差誤圖

圓容六角六角得圓七分之六

六角容圓得六角七分之六

舊法圓容六角與六角容圓一例凡求積俱用六因七歸然止立圖說無所立之法及立步推驗皆不合故立前法附辨於後

拙翁辨曰圖容六角角外六弧矢弦平得步多六角容圓圓外六餘角圓背彎數虛得步少此觀其圖形可辨今立法互較圓容六角七分之六有零六角容圓八分之七有零此確數也舊法通作七分之六與六角容圓相差固屬天淵即於圓容六角亦懸殊難合如前圖圓徑四十步圓積一千二百步以七分圓積畸零難盡設如圓徑八七五十六步自乘再三因四歸得圓積二千三百五十二步用六因七歸六角應得二千零一十六步六弧矢七分之一應得三百三十六步反覆推驗寔無合處用增法考求六角得二千零三十五步九分八厘九毫有零六弧矢三百一十六步零一厘不盡較七分之六六角少一十九步有零六弧矢多一十九步有零差誤豈不遠甚哉或以零餘不便為疑不知著

務於便用立法所以推數法可就數而數難就法數多畸零矣而以無畸零之法驗之其實推驗不合又奚用斯法爲乎或曰就增立之法其間忽微亦有相差未遽足爲準也愚曰數至忽微所差已細正猶曆家萬分為度雖有小差不出一度之中此與誤于大數者也且差者乃所立截就之法恐位過多不便立算故于細微小數量加截就法内有截加之數則積數自微有參差非真數之差也若圜角步數過多不妨再加位損減以求有合與方斜同一理也或曰何不再加位以務求歸盡無纖差乎曰凡數之無畸零者可盡有畸零者終不可盡如三歸七歸之類終不可盡且奈何譬諸天地之大有可見可知亦有不論不議此天地之所以為大也數有可盡亦有畸零不可盡此數之所以為

大抵知乎此者可與言数學矣

圓容三角面

長六步

今有圓徑八步內容三角閣三角及弧矢各積若干

置法圓徑八步三角面得七步三角正長六步置角面七步以正長六步乘之得四十二步折半得三角積二十一步另置角面即弧弦七步將圓徑八步減三角正長六步餘二步為弧矢併入弧弦折半以矢乘之得弧矢積九步三弧矢共積二十七步併三角積共四十八步合圓積三角得圓十六分之七圓求三角七因十六除三角求圓六十乘七歸

解義三角得圓十六分之七者三弧矢二十七步是三個九步三角曰二十一步是三個七步以三帰圓積得十六三角得七個三數曰十六分之七以此冀弧矢三角積與圓積无差然以勾股較之角面七步中長六步有零中長作六步用圓徑與斜求半[illegible]合用

矢乘餘徑與半弦自乘爲不合如前圖爲副亞七步以勾股弦求之
弘穀徧乘將四十九步正長即股自乘得三十六步半弦即勾自乘
濬[illegible]十二步二分五至合二數比角西即弦自乘數少七分五至若
步數墻多如圖徑八七五十六步三角面訣七七四十九步中長訣
六七四十二步以此算積為合然以四十九步為弦自乘得二千四
百藝一步半面如勾以二十四步五分月乘得六百步零二分五至
中長四十二步即股自乘得一千七百六十四步合二數共二千三
百六十四步二分五重比弦積少三十六步七分五重其差少者何
也三角之整西半面無可疑自係中長不足故也如一個七步自乘
中長六步自乘得三十六步併半西數軟斜而少七分五至是每三
十六步少七分五至也將四十二步自乘之一千七百六十四步以
三十六步淶之得四十九以七分五重乘之即得三十六步七分五
至可見數始于一積而至多所差安遠以此知三角弧矢之數未可
為非也且以前截圓中半法求之一面弧矢二步弦七步正對再截
弧矢二步中餘四步將弦七步併中徑八步折半得七步五分以四
步乘之得三十步另恃中徑八步截法七步餘一步折半得五分自
乘弄二分五至共積積三十步零二分五至併二弧矢十八步此圓
積多二分五至則弧矢之數四多三角之數必少可知也然而以求
揣圓皆合者何也回圓容三角將圓以十六分之弧矢得九分三角
呼七分以施之諧圓皆可以十六分分之而合故占無不合也共遂

強矢不足二十七步三角二十一步有
餘何也三角中長短則積數稍虛也

三角
容圓
圖

今有三角容圓角面七步問圓積餘積各若干　答曰

置三角面七步六因七歸得中長六步以乘面七步得四十二步折

半得角通積二十一步另以角中心離尖三分之二將

中長六步二因三歸得中心離角尖四步以減長六步得離面二步倍之得圓徑

四步自乘得一十六步三因四歸得圓積一十二步再置中長六步減圓徑四步餘

得尖長二步又置一角餘面各三步五分六因七歸得中長三步折半得一步五分以

尖長二步乘之得餘角積三步三角得共積九步併圓積合三角積圓得

三角七分之四

解義求餘角用角面半長三步五分旹一角容圓心至面中心自中

心以上皆有空餘數也角面三步五分惟濶亦三步五分乃不

用横闊而周帰用中長者三角數定即用中長乘下濶容圓數甚寔則寔用之虛則虛就之圓外餘長二步此寔步也故仍用二步容圓之面虛故不用横闊用中長以就內虛之數也凢有一形必具一數背天違地豈不可人力爲者又用折半者求角求圭皆然與釆後折半一也○角面七步中長六步零六厘有零不止六步然圖中心濶角夫三分之一則確不可移固加入餘零數多零星不便覧悟故仍就舊法立圖在學者會悟酌用之可耳

三角容四三角圖

今有三角內容四三角大三角面一十四步問每角各積若干

舊法 置大三角面一十四步六因七歸得中長十二步乘面得一百六十八步折半得大三角積八十四步另將每面折半得七步以中長十二步折半得六步乘之得二十四步折半得積二十一步

合四小角共得八十四步合大三角積

解義 以勾股法準之三角面七步中長六步零六厘二毫一系七忽七微有零中長六步面六步九分二厘八毫二系零三微不尽

若求三角仍以此爲準第其中心及容角分數俱無差故仍就七步六步大除較之使人易曉下倣此

三角容三四角圖

今有三角內容三四角大三角面一十四步問每四角積若干 舊法置每面一十四步六因七歸得中長一十二步相乘得一百六十八步折半得積八十四步另以小角中長八步以濶七步乘之得五十六步折半得（一四角積二十八步）併三小四角合大角積

直田容六角差誤圖

今有直田長二十步濶十八步內容六角每角面十步問六角積及餘積若干 舊法置通長二十步以濶十八步乘之得直積三百六十步另置中長二十步減去半面濶五步餘長一十五步以濶十八步乘之得（六角積二百七十步）又置角外餘長九步以餘濶折半二步五分乘之得（一角餘積二十二步五分）四角共（餘積九十步）併六角積

合直田積

解義　以中長二十步減五步即中長與角面折半也六角上下二面各十步四斜面以勾股法求之外餘角長九步為股自乘得八十一步闊五步為勾自乘併二十五步二共一百零六步以開平方法求之併斜面弦十步零二分九釐五毫六系三忽零今以平而十步所旁五步冪積不差若以此定六角面則差遠矣益數有長短奏成六角其面闊尖長皆有一定多一分不得少一分不得舊法皆泥執方五斜七立疑故皆差疑不知六角尖長二十步則面正長十七步五分有零不足十八步角面九步六分有零不足十步若六角每面十步則尖長二十步七分有零正闊十八步分有零今併較正干後一

今有直田長二十步內容六角尖長與直長齊問直闊角面及角積餘積各若干

通長二十步圖

（增法）將通長二十步用六角法正長得尖長八分七釐六毫三系七忽九微六纖乘之得（直闊即角正長十七步五分二釐七毫五絲九忽二微）又將通長二十步用六角法角面得尖

長四分八厘一毫六系二忽一微零五沙乘之得角面九步六分三厘二毫四絲二忽一微卻置通長二十步以潤十七步五分二厘七毫五系九忽二微乘之得直田積三百五十步零五分五厘一毫八絲四忽另將通長加面長折半得一十四步八分一厘六毫二系一忽零五微以通潤乘之得六角積二百五十九步六分九厘二毫四絲九忽二微六纖三沙零一埃一渺六漠又置角外餘長得通潤一半八步七分六厘三毫七系九忽六微以角面一角餘潤五步一分八厘三毫七系八忽九微五纖乘之得積折半得一角餘積二十二步七分一厘四毫八絲三忽六微八纖四沙二塵四埃七渺一漠四角共得餘積九十步零八分五厘九毫三絲四忽七微三纖六沙九塵八埃八渺四漠併六角積合直田積

解義以長求面用四分八厘一毫六系二忽一微零五沙即前圖家六角以弧背求弧弦法也六角弧背得徑一半故弦得背九分

六厘二毫二系四忽二微二纖通長即圓全徑故用折半一理也

角面十步圖

今有直田內容六角面各十步問直田長濶及角積餘積各若干

增法置角面十步用六角法角面得尖長四分八厘一毫六系二忽一微零五沙除之得尖長即直長二十步零七分六厘三毫二絲一忽二微一纖又以六角法正長得尖長八分七厘六毫三系七忽九微六纖乘之得角正長即直濶一十八步一分九厘六毫四絲五忽五微五纖却置直長以濶乘之得直田積三百七十七步八分一厘六毫八絲六忽五微零一沙四塵七埃一渺一漠五五另將尖長加面長折半得一十五步三分八厘一毫六系零六微零五沙以角正長即直濶乘之得六角積二百七十九步八分九厘零七絲一忽零七塵三埃五渺五漠七七五又置角外餘長得

直濶一串九步零九厘八毫二系二忽七微七纖五沙以角面一邊餘角濶五步三分八厘一毫六系零六微零五沙乘之得三角積四十八步九分六厘三毫零七忽七微五纖零三塵六埃七渺七漠八八七五加倍得四角餘積九十七步九分二厘六毫一絲五忽五微零七塵三埃五渺五漠七七五併六角積合直田積

解義詳前二圖則舊法之差可知弟作濶十八步亦可用六角法求長求而長亦不止二十步而又不足十步矣

拙翁後論曰余立此截就法考究圓容六角大角容圓與直容六角度數有合無誤矣其中雖仍有忽微不齊皆因細微不差大數姑截而就之以便布筭如直容六角以角面用法求得夫長數已多零又用法以長求濶未免零餘愈多但至忽微纖沙之外細微無關大數亦可截而就之庶不為法所窮則法原甚活變也倘或圓或直或六角加至千百步

之多則所差忽微必積少成著便將前法再為減損推合加位布算如
角正長得尖長八分七厘六毫三絲七忽九微五纖九沙一塵五埃五
渺六漠二九角而得弧背九分六厘三毫二絲四忽二微零四沙九塵
五埃四渺六漠二八則步數雖長所差止在微細終無差於大數此在
因步多寡而約量裁就用之耳乃不悟者或以數零位多不便為疑試
思集位設至塵埃渺忽以至虛空清淨夫何為乎政因數多零餘立此
多位推晰思及此亦可豁然無疑於其說矣

直容弧矢圖

今有直田長五十六步闊二十八步內容弧矢問弧矢積餘積各若干

舊法置直田長闊相乘得積一千五百六十八步另置弦加矢折半以矢乘之得弧矢積一千一百七十六

步再置餘角兩面各二十八步折半得一十四步自乘得一角積一百九十六步二角共三百九十二步弧矢得長四分之三

解義 弧矢即半圓直田即半方故弧矢亦得直四分之三然在其半弧矢則合吾細半弧矢即不合矣切勿誤也

勾股容方容圓歌 勾股容方法最良 以勾乘股積實詳 合併勾股為除法 得數便為方面長 容圓勾股乘為積 勾股併弦合法除 得數加倍知圓徑 求方求圓兩無疑

勾股容方圖

股長五十六步

今有勾股內容方勾四十二步股五十六步問中容方面若干

舊法置勾四十二步乘股五十六步得二千三百五十二步為實以勾股併得九十八步為法除之得中容方面二十四步

增求方外餘積法置勾股相乘二千三百五十二步折半得勾股

本積一千一百七十六步另置內方面二十四步自乘得內方積五百七十六步又另

勾四十二步減內方二十四步得餘勾一十八步置股五十六步減內方二十四步餘三十二步併一

數共五十步折半得二十五步以內方面二十四步乘之得餘勾股積六百步併共

方積合全勾股積

解義

以勾股相乘之數用勾股合併除之者乃將衆數用勾股平合也以勾股合除得二十四步勾是二十四個四十二步股是二十四個五十六步如勾股相乘得二千三百五十二步置四十二步以二十四步乘之併一千零八步置五十六步以二十四步乘之得一千三百四十四步合併正合相乘之數四十二五十六者勾股不同之數也二十四者勾股合同之數也合同處正是湊合成方處叠以勾四十二步除股五十六步勾一步股一步三分三壓不尺以三乘之股得四步勾一步亦以三因之得三步是勾三步股訣四步即勾股斜弦之數也股自下而上四六二十四步勾自尖而內應夫三六一十八步以成三十二步亦除二十四步勾上下二而骨二十四股左右二而亦二十四湊成內方試將餘勾一十八步以二十四步乘之得四百三十二步折半得二百一十六步此勾餘積也將餘緣

三十二步以二十四步乘之得七百二十八步折半得三百八十四步此股餘積也再將內方積五百七十六步折半平分之得二百八十八步併入餘勾積二百一十六步倍之得一千零八步正合二十四乘四十二之積併入餘股積三百八十四步加倍得一千三百四十四步正合二十四乘五十六之積此數之積然可驗者也論積內方得勾股四十九分之二十四然勾有圓積不同從有長短不一只以方面為定加此圓內方是以二十四乘二十四餘勾股是以二十四乘二十五便是方二十四分餘勾股二十五分合成四十九分是也求餘勾股積將餘勾餘股合併折半以二十四步乘之即分勾股以二十四步乘之折半一法也

勾股容圓圖

股五十六步

弦七十步

勾四十二步

今有勾股內容圓勾四十二步股五十六步弦七十步問中容圓徑若干

增法置勾股相乘得二千三百五十二步為實併勾四十二步股五十六步弦七十步共一百六十八步為法除之得三面至圓心各一十四步加倍得圓徑二十八步另置勾股相乘折半得勾股積一千一百七十六步置圓徑二十八步自乘得七百八十四步三因四

歸得(內)(圓)(積)(五)(百)(八)(十)(八)(步)又置勾四十二步減圓徑二十八步餘一十四步置股五十六步減圓徑二十八步餘二十八步併二餘數共四十二步折半得二十一步以圓徑二十八步乘之得(餘)(勾)(股)(積)(五)(百)(八)(十)(八)(步)併內圓積共一千一百七十六步合全勾股積

解義 容方合併勾股為除法容圓又加弦若方圓四止勾股各二面湊合成方圓圓三必三面湊合成圓也其併勾股弦為除法尔即將勾股相乘數用勾股弦平分也以勾股弦除積得十四步勾是十四個四十二步股是十四個五十六步弦是十四個七十步置四十二步以十四步乘之得五百八十八步置五十六步以十四步乘之得七百八十四步置弦七十步以十四步乘之得九百八十步併三數共二千三百五十二步合勾股相乘之積四十二五十六七十者勾股弦不齊之數也十四者勾股弦會同之數也會同處正是紫合成圓處然容方得勾股為除法即得方面容圓勾股弦為除法止得圓半徑何也容方勾與股是二面合在角故得一面全數容圓是三面合在心十四步勾乃三面湊合圓中心處各十四步也每面軒合中心處止半徑加倍乃得全徑故用加倍法得全徑二十八步舊將積加倍以勾股弦除之得全徑尔合然特倍數以執全徑耳立法之原令人雖乎因索故改正之論積圓得勾股二分之一然勾股有

闊狹長短不一亦未可以為究只以圓徑為半其亦以圓徑為準者何也如此圓圓徑二十八步將徑三因四歸得二十一步以二十八步乘之即得圓積餘勾股亦是以二十八乘二十一故兩下得積皆同是也求餘勾股積餘用餘勾餘股容圓折半以圓徑乘之共方同者何也方面定兩以外皆餘積易見之容圓如餘股二十八步積闊上二十一步除勾一十四步直長此十八步六分六厘不盡皆用圓徑二十八步乘之者有圓外三隅零以補之共數達合共則數理天然之妙驗之不差絲黍者也

又勾股容圓法（一）今有勾股內容圓勾三十二步股六十步弦六十八步

問容圓徑積各若干　增法　置勾股相乘得一千九百二十步以勾股弦共一百六十步除之得圓半徑一十二步加倍得全徑二十四步將二十四步三因四歸得一十八步以圓徑二十四步乘之得內圓積四百三十二步另將勾三十二步減圓徑二十四步餘八步股六十步減圓徑二十四步餘三十六步併二數共四十四步折半得二十二步以圓徑二十四步乘之得餘勾股積五百二十八步併內圓積共九百六十步合勾

股相乘一半為全勾股本積

解義圖積是以二十四乘一十八餘勾股積畀以二十四乘二十二併一十八與二十二共四十即圓消勾股四十分之一十八餘勾股約得四十分之二十二周上足圓消得勾股積乎半恐人誤認為定則故後列此互明另方亦做此

巽海說詳第二卷終